



**BIDANG PENDIDIKAN DAN PENGAJARAN :
BERITA ACARA PERKULIAHAN
SEMESTER GENAP 2024/2025**

ALJABAR LINIER KLS.K/ 3 SKS

LAMPIRAN BERITA ACARA PERKULIAHAN :

1. SK Dekan
2. Presensi Kehadiran Kuliah Mahasiswa
3. Hasil Evaluasi Belajar Mahasiswa
4. Hand-out Bahan Ajar

**Program Studi Teknik Industri
Fakultas Teknik
Institut Sains dan Teknologi Nasional
J a k a r t a
2 0 2 5**



YAYASAN PERGURUAN CIKINI
INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL
Jl. Moh. Kahfi II, Bhumi Srengseng Indah, Jagakarsa, Jakarta Selatan 12640
Telp. 021-7270090 (hunting), Fax 021-7866955, hp: 081291030024
Email: humas@istn.ac.id Website: www.istn.ac.id

SURAT PENUGASAN TENAGA PENDIDIK
Nomor : 08-VI /03.1-F/III/2025
SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2024/2025

Nama	: Ir. Harwan Ahyadi, MT	Status Pegawai	: Tetap
NIK/ NIDN/ NIDK	: 0188779	Program Studi	: Teknik Industri S1
Jabatan Akademik	: Lektor Kepala		

Bidang	Perincian Kegiatan	Tempat	Jam	Kredit (SKS)	Hari
I. PENDIDIKAN & PENGAJARAN	1. Pengajaran di kelas termasuk laboratorium				
	1. Mekanika Teknik	Industri	13:00-15:00	2	Senin
	2. Aljabar Linier		13:00-15:00	3	Rabu
	3. Analisa Vektor	Mesin S1	08:00-10:40	2	Rabu
	2. Pembimbing				
	1. Seminar			1	
	2. Kerja Praktek			1	
	3. Tugas Akhir/Tesis			1	
	4. Pembimbing Akademik				
	3. Penguji				
	1. Tugas Akhir/Tesis			1	
	2. Kerja Praktek				
II. PENELITIAN	4. Tugas Tambahan				
	1. Menduduki jabatan di Perguruan Tinggi				
	1. Penelitian Ilmiah				
	2. Penulisan Karya Ilmiah			1	
	3. Penulisan Diktat Kuliah				
	4. Menerjemahkan Buku Kuliah				
III. PENGABDIAN PADA MASYARAKAT	5. Pengembangan Program Kuliah Kurikulum				
	6. Pengembangan Bahan Ajar				
	1. Menduduki jabatan di Pemerintahan				
	2. Pengembangan Hasil Pendidikan dan Penelitian				
	3. Memberikan penyuluhan/pelatihan/penataran/ceramah			1	
	4. Memberikan Pelayanan Kepada Masyarakat				
	5. Menulis karya Pengmas yang tidak dipublikasikan				
IV. PENUNJANG	6. Pengelolaan Jurnal Ilmiah				
	1. Menjadi anggota/panitia pada badan/lembaga suatu PT				
	2. Menjadi anggota Badan Lembaga Pemerintah				
	3. Menjadi anggota organisasi profesi				
	4. Mewakili PT/lembaga pemerintah, duduk dalam panitia antar lembaga				
	5. Menjadi anggota delegasi nasional ke pertemuan internasional				
	6. Berperan Serta Aktif dalam pertemuan ilmiah/seminar				
	7. Anggota dalam tim layanan pendidikan				
Jumlah Total				13	

Kepada yang bersangkutan akan diberikan gaji/honorarium sesuai dengan peraturan penggajian yang berlaku di Institut Sains dan Teknologi Nasional.
Penugasan ini berlaku dari tanggal 01 Maret 2025 sampai dengan 31 Agustus 2025

Tembusan :

1. Wakil Rektor 1 - ISTN
2. Wakil Rektor 2 - ISTN
3. Ka. Biro Sumber Daya Manusia - ISTN
4. Arsip





INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

Jl. Moch. Kahfi II No.RT.13, RT.13/RW.9, Srengseng Sawah, Kec. Jagakarsa, Kota Jakarta Selatan, DKI Jakarta
Website : www.istn.ac.id / e-Mail : admin@istn.ac.id / Telepon : (021) 7270090

ISI PRESENSI MAHASISWA
TEKNIK INDUSTRI
2024 GENAP

Mata kuliah : TI1206 - Aljabar Linier Nama Kelas : K

No	NIM	NAMA	TATAP MUKA														
			22 Mar 2025	29 Mar 2025	5 Apr 2025	12 Apr 2025	19 Apr 2025	26 Apr 2025	3 Mei 2025	10 Mei 2025	17 Mei 2025	24 Mei 2025	31 Mei 2025	7 Jun 2025	14 Jun 2025	21 Jun 2025	12 Jul 2025
Peserta Reguler																	
1	24234001	Dhafin Rizki Jakafasha	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2	24234002	Abdul Aziz Alfarizzi	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
3	24234003	Baridan Kholqi Ihsan Kurniawan	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
4	24234004	Frantinus Pandi	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
5	24234005	Keisha Aqilla Ramadina	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
6	24234006	Rahmat Aditya	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
7	24234007	Tias Wulandari	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
8	24234501	Eriko Ferdiansyah	H	H	H	H	H	H	A	A	A	A	A	A	A	A	A
9	24234702	Budi Andrianto	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
10	24234706	Iid Vary Zazi	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

Paraf Ketua Kelas	
Paraf Dosen	





INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

Jl. Moch. Kahfi II No.RT.13, RT.13/RW.9, Srengseng Sawah, Kec. Jagakarsa, Kota Jakarta Selatan, DKI Jakarta
Website : www.istn.ac.id / e-Mail : admin@istn.ac.id / Telepon : (021) 7270090

LAPORAN NILAI PERKULIAHAN MAHASISWA
Program Studi S1 Teknik Industri
Periode 2024 Genap

Mata kuliah : Aljabar Linier

Nama Kelas : K

Kelas / Kelompok :

Kode Mata kuliah : TI1206

SKS : 3

No	NIM	Nama Mahasiswa	TUGAS INDIVIDU (20,00%)	UTS (30,00%)	UAS (40,00%)	KEHADIRAN (10,00%)	Nilai	Grade	Lulus	Sunting KRS?	Info
1	24234001	Dhafin Rizki Jakafasha	80.00	80.00	80.00	100.00	82.00	A	✓		
2	24234002	Abdul Aziz Alfarizzi	75.00	70.00	80.00	100.00	78.00	A-	✓		
3	24234003	Baridan Kholqi Ihsan Kurniawan	70.00	70.00	75.00	100.00	75.00	A-	✓		
4	24234004	Frantinus Pandi	75.00	80.00	75.00	100.00	79.00	A-	✓		
5	24234005	Keisha Aqilla Ramadina	80.00	70.00	85.00	100.00	81.00	A	✓		
6	24234006	Rahmat Aditya	67.00	75.00	75.00	90.00	74.90	B+	✓		
7	24234007	Tias Wulandari		0.00			0.00	E			
8	24234501	Eriko Ferdiansyah		0.00			0.00	E			
9	24234702	Budi Andrianto	70.00	70.00	80.00	90.00	76.00	A-	✓		
10	24234706	Iid Vary Zazi	66.00	80.00	70.00	90.00	74.20	B+	✓		
Rata-rata nilai kelas			58.30	59.50	62.00	77.00	62.01	B-			
Pengisian nilai untuk kelas ini ditutup pada Senin, 4 Agustus 2025 oleh 198808-002											
Tanggal Cetak : Selasa, 5 Agustus 2025, 12:19:58											

Paraf Dosen :



Ir. HARWAN AHYADI, MT.

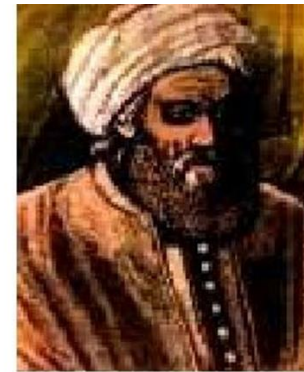
AL-JABAR LINIER

MATRIKS

HARWAN AHYADI



Silabi matriks dan vektor



1. Pendahuluan

1.2 Operasi matriks

- Kesamaan dua matriks
- Penjumlahan dua matriks
- Perkalian matriks dengan sebuah bilangan
- Perkalian dua buah matriks

1.3. Macam-macam matriks

- Matriks bujur sangkar
- Matriks echelon
- Matriks segitiga dan diagonal
- Matriks transpos
- Matriks skew symetri

1.4. Matriks Adjoin

- 1.5. matriks Invers

Macam-Macam Matriks

1. Matriks Bujur Sangkar.

Difinisi: Sebuah matriks disebut matriks bujur sangkar, jika banyaknya baris dan banyaknya kolom sama.

Contoh:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

TYPE MATRIKS BUJUR SANGKAR

Matriks Satuan (unit matriks). Jika elemen-elemen diagonal sama dengan 1 dan elemen-elemen yang lain sama dengan nol.

Disebut juga matriks identitas = $[I]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [I]$$

TYPE MATRIKS BUJUR SANGKAR

Matriks simetris, jika $a_{ij} = a_{ji}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 7 \\ 3 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Matriks skew-simetris, jika $a_{ij} = -a_{ji}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -7 \\ 3 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Satuan

Matriks Satuan adalah matrik yang terdiri dari diagonal mempunyai nilai satu

$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

3. Matriks Tranpose:

Matriks Tranpose adalah matriks yang berubah dari baris menjadi kolom, dan kolom menjadi baris

a_{ij} menjadi a_{ji}

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \text{ menjadi } A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

4.Matriks Adjoin

Matriks Adjoin adalah matriks transpose dari kofaktor

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ diuraikan menjadi matriks - matriks kofaktor}$$

$$C = \begin{vmatrix} -24 & 6 & 15 \\ 20 & -5 & -5 \\ 13 & 8 & -10 \end{vmatrix} \text{ menjadi matriks transpose}$$

$$C^T = \begin{vmatrix} -24 & 20 & 13 \\ 6 & -5 & 8 \\ 15 & -5 & -10 \end{vmatrix}$$

INVERS MATRIKS BUJUR SANGKAR

Matriks tidak bisa dibagi dengan matriks lainnya. Sebagai analogi, digunakan INVERSE dari matriks tersebut.

Apabila $[A]$ dan $[B]$ adalah matriks bujur sangkar, dan $[A][B] = [I] = [B][A]$, maka matriks $[B]$ disebut inverse dari matrix $[A]$, dan matriks $[A]$ adalah inverse dari matriks $[B]$.

Selanjutnya $[A]$ disebut matriks NON SINGULAR

Bila $[A]$ tidak punya inverse disebut matriks SINGULAR.

Inverse dari matriks $[A]$ biasa ditulis $[A]^{-1}$

EXAMPLE :

$$[A] = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad [A]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[A] \ [A]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [I]$$

Catatan :

Untuk mencari inverse suatu matrix dapat dipakai beberapa metoda, antara lain : metode ad-joint, metode pemisahan, metode Gauss-Jordan, metode Cholesky, dsb.

5.Matriks Invers:

Dari soal diatas: harga matrik

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 45$$

maka invers dari matriks tersebut :

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \bullet C^T$$

$$A^{-1} = \frac{1}{45} \begin{vmatrix} -24 & 20 & 13 \\ 6 & -5 & 8 \\ 15 & -5 & -10 \end{vmatrix}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Metode Gauss-Jordan

Akan dicari inversi dari matriks $[A]_{n \times n}$

Langkah-langkah yang dilakukan :

- 1) Ambil matriks satuan $[I]_{n \times n}$
- 2) Dengan cara operasi baris, ubahlah matriks $[A]$ menjadi matriks satuan
- 3) Proses ke-2 juga dilakukan pada matriks $[I]$, sehingga setelah proses selesai matriks $[I]$ telah berubah menjadi matriks $[A]^{-1}$

EXAMPLE :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

LANGKAH KE-1

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

LANGKAH KE-4

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

LANGKAH KE-2

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

LANGKAH KE-5

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 7 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

LANGKAH KE-3

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

LANGKAH KE-n *Selesai ...?????*

Matriks Echelon

Difinisi: Suatu matriks berukuran $m \times n$ dinamakan matriks echelon jika memenuhi dua sifat:

1. Setiap baris dari k baris pertama mempunyai unsur tak nol, dimana $1 < k < m$, dan semua unsur pada $(m-k)$ baris lainnya $= 0$
2. Unsur tak nol pertama dari setiap baris tak nol (yaitu baris-baris dimana tidak semua unsurnya nol) adalah 1; jika bilangan 1 dari baris ke l ($1 < l < k$) terletak pada kolom ke t_l maka $t_1 < t_2 < \dots < t_k$

Contoh 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a & -1 & 0 & b & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & d & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- ▶ Dimana a,b,c,dan d adalah bilangan sebarang ,adalah merupakan matriks echelon.
- ▶ Dimana a,b,d dan e adalah bilangan sebarang,bukan matriks echelon,karena pada baris kedua angka 1 terletak di kolom 4.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & a & b & -3 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 & e & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & e & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- ▶ Jadi $t_1=2, t_2=4, t_3=3$ dan $t_4=5$ yang dalam hal ini memenuhi
- ▶ $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$

Matriks segitiga dan matriks diagonal.

Difinisi: sebuah matriks bujur sangkar disebut matriks segitiga apabila semua unsur yang terletak dibawah diagonal utama adalah nol

Contoh.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Contoh 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pada contoh 2 tsb yang pertama adalah matriks echelon bujur sangkar, sedangkan yang kedua adalah matriks echelon segitiga.

MATRIKS ORTHOGONAL

Suatu matriks bujur sangkar $[A]$ disebut matriks orthogonal bila $[A]^{-1} = [A]^T$

$$[A] [A]^T = [A] [A]^{-1} = [I]$$

EXAMPLE :

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad [A]^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Karena $[A]^{-1} = [A]^T \rightarrow$ matriks $[A]$ disebut matriks orthogonal

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena $[T]^{-1} = [T]^T \rightarrow$ matriks $[T]$ disebut matriks orthogonal

TEORI DEKOMPOSISI MATRIKS

Bila $[A]$ = sebuah matrix bujur sangkar maka matriks tersebut dapat diekspresikan dalam bentuk : $[A] = [L] [U]$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

$[L]$ = *lower triangle matriks*

$[U]$ = *upper triangle matriks*

EXAMPLE :

$$\begin{bmatrix} 36 & 27 & -63 \\ 20 & 25 & -39 \\ 12 & 14 & 33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$[A] = [L] [U]$

∴ Aplikasi pada solusi persamaan linier simultan :

$$\begin{aligned} [A] \{X\} &= [B] \\ \therefore [L] [U] \{X\} &= [B] \rightarrow \text{misal } [U] \{X\} = \{Y\} \\ [L] \{Y\} &= [B] & \{X\} &= [U]^{-1} \{Y\} \\ \{Y\} &= [L]^{-1} [B] & \swarrow & \text{dapat diperoleh tanpa} \\ & \searrow \text{dapat diperoleh tanpa} & & \text{inverse matriks} \\ & \text{inverse matriks} & & \end{aligned}$$

Sehingga : $\{X\} = [U]^{-1} [L]^{-1} [B]$

SOLUSI PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

Persamaan Linier Simultan dengan n buah bilangan tak diketahui dapat dituliskan sbb :

$$\begin{array}{ccccccccc} a_{11} & x_1 & + & a_{12} & x_2 & + & \dots\dots\dots & + & a_{1n} & x_n & = & b_1 \\ a_{21} & x_1 & + & a_{22} & x_2 & + & \dots\dots\dots & + & a_{2n} & x_n & = & b_2 \\ \cdot & & & \cdot & & & \dots\dots\dots & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \dots\dots\dots & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \dots\dots\dots & & \cdot & & & \cdot \\ a_{n1} & x_1 & + & a_{n2} & x_2 & + & \dots\dots\dots & + & a_{nn} & x_n & = & b_n \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_{n-1} \\ b_n \end{Bmatrix}$$

Secara matriks ditulis, $[A] \{X\} = [B]$

EXAMPLE :

$$4x + 3y + z = 13$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$3x + 2y + 5z = 22$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13 \\ 14 \\ 22 \end{Bmatrix}$$

$$[A] \{X\} = [B]$$

$$\{X\} = [A]^{-1}[B]$$

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 13 \\ 14 \\ 22 \end{Bmatrix} = \dots??????$$

PARTISI MATRIKS

Suatu matriks bisa dipartisikan menjadi SUB-MATRIKS dengan cara hanya mengikutkan beberapa baris atau kolom dari matriks aslinya.

Aturan-aturan yang dipakai untuk mengoperasikan matriks partisi persis sama dengan mengoperasikan matriks biasa

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array} \right]$$

dimana ;

$$[A_{11}] = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{Bmatrix}$$

$$[A_{12}] = \begin{Bmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{Bmatrix}$$

$$[A_{13}] = \begin{Bmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{25} & a_{26} \end{Bmatrix}$$

$$[A_{21}] = \{a_{31}\}$$

$$[A_{22}] = \{a_{32} \quad a_{33} \quad a_{34}\}$$

$$[A_{23}] = \{a_{35} \quad a_{36}\}$$

EXAMPLE :

$$[A] = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$[A][B] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} A_{11}B_1 + A_{12}B_2 \\ A_{21}B_1 + A_{22}B_2 \end{bmatrix}$$

$$[A_{11}][B_1] = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 37 \\ 16 & 44 \end{bmatrix}$$

$$[A_{12}][B_2] = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} [3 \quad 2] = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[A_{21}][B_1] = \{10 \quad 3\} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = [16 \quad 32]$$

$$[A_{22}][B_2] = \{4\} [3 \quad 2] = [12 \quad 8]$$

sehingga ;

$$[A][B] = \begin{bmatrix} 14 & 39 \\ 22 & 48 \\ 28 & 70 \end{bmatrix}$$

BEBERAPA RUMUS KHUSUS

[A] = Matriks bujur sangkar dan simetris ; orde $n \times n : a_{ij}$

[B] = Matriks empat persegi panjang ; orde $n \times m : b_{ij}$

{ X } = Vektor kolom ; orde $n \times 1 : x_i$

{ Y } = Vektor kolom ; orde $m \times 1 : y_i$

Bila ;

$$\Phi = \frac{1}{2} \{X\}_{1 \times n}^T [A]_{n \times n} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i y_j$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \{X\}} = [A][X] \quad ; \quad \Phi = \frac{1}{2} \{X\}^T [A] \{X\}$$

Maka ;

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \{X\}} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \\ \dots \\ \dots \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} \end{array} \right\} = [A]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1}$$

atau sebaliknya ;

EXAMPLE :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad (X) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \{X\}^T [A] \{X\} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} (x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 10x_2x_3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = 1/2(2x_1 + 4x_2 + 6x_3) = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = 1/2(8x_2 + 4x_1 + 10x_3) = 2x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_3} = 1/2(12x_3 + 6x_1 + 10x_2) = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \{X\}} = [A] \{X\}$$

Bila ;

$$\psi = \{X\}_{1 \times n}^T [B]_{n \times m} \{Y\}_{m \times 1}$$

Maka ;

$$\frac{\partial \psi}{\partial \{X\}} = [B]_{n \times m} \{Y\}_{m \times 1}$$

EXAMPLE :

$$[B]_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \quad \{X\}_{3 \times 1} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad \{Y\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

$$\psi = \{X\}^T [B] \{Y\} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

$$\psi = \{x_1 \quad x_2 \quad x_3\} \begin{bmatrix} y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 4y_4 \\ 5y_1 + 6y_2 + 7y_3 + 8y_4 \\ 9y_1 + 10y_2 + 11y_3 + 12y_4 \end{bmatrix}$$

$$\psi = \{ (y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 4y_4) x_1 + (5y_1 + 6y_2 + 7y_3 + 8y_4) x_2 + (9y_1 + 10y_2 + 11y_3 + 12y_4) x_3 \}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_1} = y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 4y_4$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_2} = 5y_1 + 6y_2 + 7y_3 + 8y_4$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_3} = 9y_1 + 10y_2 + 11y_3 + 12y_4$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} \rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial \{X\}} = [B] \{Y\}$$