BERITA ACARA PENGAJARAN
SEMESTER GANJIL 2020/2021
PROGRAM STUDI TEKNIK INDUSTRI

NAMA DOSEN : NATAYA CHAROONSRI RIZANI, ST, MT
MATA KULIAH : PENELITIAN OPERSIONAL 2
SKS/SEMESTER : 3
HARI/JAM : SENIN/ 10.00-12.30
KELAS/RUANG : A/ ONLINE

NO	TANGGAL	MATERI PENGAJARAN	JML MHS	TANDA TANGAN
1	8/3/21	ANALISA JARINGAN	3	
2	15/3/21	CPM	3	
3	22/3/21	CPM 2	3	
4	29/3/21	PERT	3	
5	5/4/21	STUDI KASUS CPM & PERT	3	
6	12/4/21	STUDI KASUS CPM & PERT	3	
7	19/4/21	STUDI KASUS CPM & PERT	3	
8	3/5/21	UTS	3	
9	17/5/21	RANTAI MARKOV	3	
10	24/5/21	PENGANTAR ANTRIAN	3	
11	31/5/21	MODEL ANTRIAN	3	
12	7/6/21	GAME THEORY	3	
13	14/6/21	MACAM GAME THEORY	3	
14	21/6/21	STUDI KASUS GAME THEORY	3	
15	28/6/21	KUIS GAME THEORY	3	
16	13/7/21	UAS	3	

Mengetahui
Kepala Program Studi Teknik Industri

Ir. Iriandi Ilyas, MT

Dosen Yang Bersangkutan

Nataya Charoonsri Rizani, ST, MT

5. RANTAI MARKOV WAKTU DISKRIT

5.1 Definisi

Misal $\{X(n),\ n = 0,1,2,...\}$ proses stokastik dengan indeks parameter diskrit dan ruang keadaan $i = 0,1,2,...$ memenuhi

$$P\{X(n+1) = j \mid X(0) = i_0, X(1) = i_1, ..., X(n-1) = i_{n-1}, X(n) = i\}$$

$$= P\{X(n+1) = j \mid X(n) = i\} = p_{ij} \qquad (5.1)$$

$\forall\, i_0, i_1, ..., i_{n-1}, i, j, \text{dan } n,$ maka proses dinamakan **Rantai Markov** parameter diskrit, dan p_{ij} disebut **peluang transisi**.

1. Catat bahwa, $X(n) = i$ menyatakan proses berada dalam keadaan i (i = 0 ,1, 2,…) pada waktu n (n = 0,1,2,…).

2. Nama rantai Markov ini diambil dari nama Andrei Markov (1856-1922) yang pertama meneliti kelakuan proses stokastik tersebut setelah proses dalam selang waktu yang panjang.

3. Peluang bersyarat pada (5.1) menggambarkan histori keseluruhan, proses hanya tergantung pada keadaan sekarang $X(n)=i$, bebas dari waktu lampau, 0,1,2,…,n-1.

Artinya, peluang bersyarat dari keadaan "mendatang" hanya tergantung dari keadaan "sekarang" dan bebas dari keadaan "yang lalu".

Sifat ini disebut **sifat Markov** atau ***Memory Less***.

4. Peluang transisi dari keadaan i ke keadaan j (p_{ij}) persamaan (5.1) hanya bergantung pada waktu sekarang, secara umum.

Apabila peluang transisi bebas dari waktu n, maka disebut peluang transisi stasioner, dan rantai Markov disebut dengan

Rantai Markov dengan peluang transisi stasioner.

dan disebut juga,

Rantai Markov Homogen.

5.2 Contoh Rantai Markov

1. Barisan bilangan bulat.
2. Barisan variabel-variabel acak bernilai bilangan bulat yang saling bebas dan mempunyai distribusi peluang yang sama.
3. Random Walks yang didefinisikan sebagai

$$\left\{ X(n) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \;\; , \; i = 1, 2, \ldots \right\}$$

Random Walks adalah proses melangkah dari suatu objek di garis bilangan dimana objek itu dapat bergerak ke kiri atau ke kanan.

Akan ditunjukkan bahwa *random walks* (contoh 3) adalah rantai Markov.

Perhatikan random walks yang hanya dapat bergerak ke kanan;

$$\left\{ X(n) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \;,\; i = 1, 2, \ldots \right\}$$

$$P\left\{ X(n+1) = j \mid X(1) = i_1, X(2) = i_2, \ldots, X(n-1) = i_{n-1}, X(n) = i \right\}$$

$$= P\left\{ \sum_{k=1}^{n+1} \xi_k = j \mid \xi_1 = i_1, \ldots, \sum_{k=1}^{n-1} \xi_k = i_{n-1}, \sum_{k=1}^{n} \xi_k = \sum_{k=1}^{n-1} \xi_k + \xi_n = i \right\}$$

$$= P\left\{ \sum_{k=1}^{n+1} \xi_k = j \mid \sum_{k=1}^{n} \xi_k = \sum_{k=1}^{n-1} \xi_k + \xi_n = i \right\}$$

Sifat di atas berlaku untuk semua *n* dan kombinasi $i_1, i_2, \ldots,$ i_{n-1}, i_n. Jadi, $\left\{ X(n) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \;,\; i = 1, 2, \ldots \right\}$ adalah rantai Markov.

5.3 Matriks peluang transisi

Misalkan $\left\{ X(n),\ n = 0,1,2,... \right\}$ adalah rantai Markov Homogen dengan ruang keadaan tak hingga, $i = 0,1,2,...$ maka

$$p_{ij} = P\left\{ X(n+1) = j \mid X(n) = i \right\} \qquad (5.2)$$

menyatakan **peluang transisi satu langkah** dari keadaan i ke keadaan j .

Matriks peluang transisi satu langkah dari $\left\{ X(n),\ n = 0, 1, 2, \ldots \right\}$ didefinisikan sebagai

$$\mathbf{P} = \left[p_{ij} \right] = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

dengan $p_{ij} \geq 0$ dan $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1 \ \left(i, j = 0, 1, 2, \ldots \right)$

Dalam kasus ruang keadaan i berhingga, i=0,1,…,m
Maka **P** berukuran $m \times m$;

$$\mathbf{P} = \left[p_{ij} \right] = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots & p_{0m} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{m0} & p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix}$$

dengan $p_{ij} \geq 0$ dan $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1 \ \left(i, j = 0, 1, 2, \ldots, m\right)$

Contoh:

1. Matriks peluang transisi untuk rantai markov dua keadaan :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Matriks peluang transisi untuk rantai markov dua keadaan secara umum :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{bmatrix}$$

3. Matriks peluang transisi untuk rantai markov empat keadaan :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

DAFTAR NILAI

SEMESTER GENAP REGULER TAHUN 2020/2021

Program Studi : Teknik Industri S1
Matakuliah : Penelitian Operasional-2
Kelas / Peserta : A
Perkuliahan : Kampus ISTN Bumi Srengseng Indah
Dosen : Nataya Charoonsri Rizani, ST. MT.

No	NIM	N A M A	ABSEN	TUGAS	UTS	UAS	MODEL	PRESENTASI	NA	HURUF
			10%	15%	35%	40%	0%	0%		
1	17230001	**Nur Muhamad Rosyaedi**	100	0	65	65	0	0	58.75	C
2	17230005	**Abdurrahman Al Qori Pranidono**	100	80	80	70	0	0	78	A-
3	17230008	**Muhammad Riza Hafiz**	100	80	80	60	0	0	74	B+

Rekapitulasi Nilai							
A	0	B+	1	C+	0	D+	0
A-	1	B	0	C	1	D	0
		B-	0	C-	0	E	0

Jakarta,2 August 2021

Dosen Pengajar

Nataya Charoonsri Rizani, ST. MT.

Security ID 22b3bca0a2648d3e142fc12b20ceb9cd