

BIDANG PENDIDIKAN DAN PENGAJARAN
BERITA ACARA PERKULIAHAN
KULIAH ONLINE (E-ELEARNING)

PERIODE SEMESTER GANJIL 2021/2022
MATA KULIAH

Variabel kompleks

LAMPIRAN BERITA ACARA PERKULIAHAN

1. SK.DEKAN FTI SEMESTER GANJIL 2021/2022
2. PRESENSI KEHADIRAN DOSEN DAN MATERI AJAR
3. NILAI KOMULATIF; KEHADIRAN, TUGAS, UTS DAN UAS
4. CONTOH TUGAS HAND OUT MATERI AJAR

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL



YAYASAN PERGURUAN CIKINI
INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

Jl. Moh. Kahfi II, Bhumi Srengseng Indah, Jagakarsa, Jakarta Selatan 12640
Telp. 021-7270090 (hunting), Fax. 021-7866955, hp: 081291030024
Email : humas@istn.ac.id Website : www.istn.ac.id

3333SURAT PENUGASAN TENAGA PENDIDIK


Nomor : 138 / 03.1 – G / III / 2022

SEMESTER **GENAP**, TAHUN AKADEMIK 2021 / 2022

N a m a	: Harlan Effendi,ST.,MT.	Status Pegawai	: Edukatif Tetap / Tidak Tetap
NIK	: 22910030	Program Studi	: Teknik Elektro
Jabatan Akademik	: Lektor		

Bidang	Perincian Kegiatan	Tempat	Jam/ Minggu	Kinerja (sks)	Keterangan
I PENDIDIKAN Dan PENGAJARAN	MENGAJAR DI KELAS (KULIAH / RESPONSI DAN LABORATORIUM)				
	1. Desain Sistem Elektronika (Kls A)			2	Selasa,13:00-14:40
	2. Kapita Selekta (Klas.A)			2	Rabu,15:00-16:40
	3. Rangkaian Logika & Digital (Kls A)			2	Selasa, 08:00-10:30
	4. Sistem Distribusi Daya Listrik(Kls A)			2	Jumat, 08:00-10:30
	5. Kapita Selekta (Kls K)			2	Sabtu, 15:00-16:40
	6. Variabel Komplek (Kls A)			2	Senin, 15:00-16:40
	7. Listrik Traksi			2	Rabu, 13:00-13:30
	8. Rangkaian Logika & Digital (Kls K)			2	Selasa, 17:00-19:30
	9. Sistem Distribusi Daya Listrik (Kls K)			2	Kamis, 19:00-20:40
	10. Variabel Komplek (Kls K)			2	Rabu, 17:00-18:40
	11.				
	12.				
	13.				
	14.				
	15.				
	16.				
		17. Membimbing Skripsi / Tugas Akhir			1
	18. Menguji Skripsi / Tugas Akhir			1	
II PENELITIAN	1. Penelitian Ilmiah				
	2. Penulisan Karya Ilmiah				
	3. Penulisan Diktat Kuliah				
	4. Menerjemahkan Buku				
	5. Pembuatan Rancangan Teknologi				
	6. Pembuatan Rancangan & Karya Pertunjukan				
III PENGABDIAN DAN MASYARAKAT	1. Menduduki Jabatan di Pemerintahan				
	2. Pengembangan Hasil Pendidikan Dan Penelitian				
	3. Memberikan Penyuluhan/Pelatihan/Ceramah pada masyarakat				
	4. Memberikan Pelayanan Kepada Masyarakat Umum			1	
	5. Menulis Karya Pengabdian Pada Masyarakat yang tidak dipublikasikan				
	6. Komersial / Kesepakatan				
IV UNSUR-UNSUR PENUNJANG	1. Jabatan Struktural			3	
	2. Penasehat Akademik			1	
	3. Berperan serta aktif dalam pertemuan ilmiah / seminar				
	4. Pengembangan program kuliah / Kelompok Ilmu Elektro				
	5. Menjadi anggota panitia / Badan pada suatu Perguruan Tinggi				
	6. Menjadi anggota Badan Lembaga Pemerintah				
	7. Menjadi Anggota Organisasi Profesi				
	8. Mewakili PT / Lembaga Pemerintah duduk dalam Panitia antar Lembaga				
	9. Menjadi Anggota Delegasi Nasional ke Parlemen – Parlemen Internasional				
Jumlah Total				27	

Kepada yang bersangkutan akan diberikan gaji / honorarium sesuai dengan peraturan penggajian yang berlaku di Institut Sains Dan Teknologi Nasional
Penugasan ini berlaku dari tanggal **21 Maret 2022** sampai dengan tanggal **31 Agustus 2022**.



Jakarta, 21 Maret 2022
D e k a n,
(Signature)
Dr. Musfirah Cahya F.T.S.Si.,M.Si. *(Signature)*

Tembusan :

1. Direktur Akademik - ISTN
2. Direktur Non Akademik - ISTN
3. Ka. Biro Sumber Daya Manusia - ISTN
4. Kepala Program Studi Fak.
5. Arsip



BERITA ACARA PERKULIAHAN
(PRESENTASI KEHADIRAN DOSEN)
SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2021/2022
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO S.1 & D.III -ISTN

Mata Kuliah	: Variabel Kompleks	Semester	: 2
Dosen	: HARLAN EFFENDI ST.MT	SKS	: 2
Hari	: SENIN	Kelas	: A
Jam	: 15.00-16.30	Ruang	:

No.	TANGGAL	MATERI KULIAH	JML MHS HADIR	TANDA TANGAN DOSEN
1.	14-3-22	Oprasi perhitungan bilangan kompleks	2	
2.	21-3-22	Kompleks Sekawan	2	
3.	28-3-22	Interpretasi Geometris Bilangan Kompleks	2	
4.	4-4-22	Modulus (Nilai Mutlak) dari Bilangan Kompleks	2	
5.	11-4-22	Bentuk Kutub (Polar) dan Eksponen dari Bilangan Kompleks	2	
6.	18-4-22	Pangkat dan Akar dari Bilangan Kompleks	2	
7.	25-4-22	Akar Bilangan Kompleks	2	
8.	9-5-22	UJIAN TENGAH SEMESTER (UTS)	2	

DOSEN PENGAJAR

(.....)

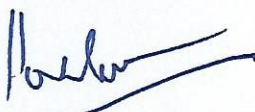


**BERITA ACARA PERKULIAHAN
(PRESENTASI KEHADIRAN DOSEN)
SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2020/2021
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO S.1 & D.III -ISTN**

Mata Kuliah	: Variabel Kompleks	Semester	: 2
Dosen	: HARLAN EFFENDI ST.MT	SKS	: 2
Hari	: SENIN	Kelas	: A
Jam	: 15.30-16.40	Ruang	:

No.	TANGGAL	MATERI KULIAH	JML MHS HADIR	TANDA TANGAN DOSEN
9.	17-5-22	Konsep – Konsep Topologi pada Fungsi Kompleks	2	Harlan
10.	23-5-22	Fungsi Kompleks	2	Harlan
11.	30-5-22	Komposisi Fungsi	2	Harlan
12.	6-6-22	Interpretasi Geometris	2	Harlan
13.	13-6-22	Limit	2	Harlan
14.	20-6-22	Kekontinuan fungsi	2	Harlan
15.	27-6-22	Latihan soal	2	Harlan
16.	11-7-22	UJIAN AKHIR SEMESTER (UAS)	2	Harlan

DOSEN PENGAJAR


(.....)

DAFTAR NILAI
SEMESTER GENAP REGULER TAHUN 2021/2022

Program Studi : Teknik Elektro S1
 Matakuliah : Variabel Kompleks
 Kelas / Peserta : A
 Perkuliahan : Kampus ISTN Bumi Srengseng Indah
 Dosen : Harlan Effendi, ST.MT.

Hal. 1/1

No	NIM	N A M A	ABSEN	TUGAS	UTS	UAS	MODEL	PRESENTASI	NA	HURUF
			10%	0%	40%	50%	0%	0%		
1	16220039	Muhammad Luthfi Imani	100	0	0	0	0	0	0	
2	20220001	Muhammad Agung Rahmansyah	100	0	70	40	0	0	58	C
3	21220001	Khanif Putra Wicaksana	100	0	0	0	0	0	0	
4	21220002	Wahyu Octaviano	100	0	0	0	0	0	0	
5	21220003	Harry Toding Karurung	100	0	78	76	0	0	79.2	A-

Rekapitulasi Nilai

A	0	B+	0	C+	0	D+	0
A-	1	B	0	C	1	D	0

Jakarta, 18 August 2022

Dosen Pengajar

Harlan

Pendahuluan

- Sebuah bilangan kompleks dapat disajikan dalam dua bentuk :

1. $z = x + iy$

2. $z = (x, y)$

x adalah bilangan riil dan y adalah bagian imajinerinya dan bisa ditulis sebagai :

$$\text{re } z = x$$

$$\text{im } z = y$$

- Contoh :

$$2 + 3i \rightarrow \text{re } (2 + 3i) = 2$$

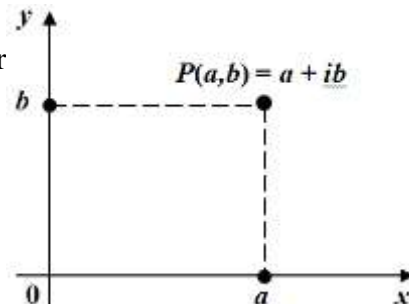
$$\text{im } (2 + 3i) = 3$$

Bidang Kompleks

- Bilangan kompleks digambarkan dalam suatu bidang kompleks seperti penggambaran suatu titik pada bidang kartesius xy .

sumbu x = sumbu riil

sumbu y = sumbu imajiner



Bidang Kompleks *(lanjutan)*

- **Operasi pada bidang kompleks :**

Jika $z_1 = x_1 + iy_1$ dan $z_2 = x_2 + iy_2$

1. Penjumlahan

$$z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + i(y_1 + y_2)$$

2. Perkalian

$$z_1 \cdot z_2 = x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + x_2y_1)$$

3. Pembagian

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{(x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2)}{(x_2 + iy_2)(x_2 - iy_2)} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

Bidang Kompleks *(lanjutan)*

- **Contoh :**

Diketahui $z_1 = 1 + i$ dan $z_2 = 2 - 2i$

1. Penjumlahan

$$z_1 + z_2 = 1 + 2 + i(1 - 2) = 3 - i$$

2. Perkalian

$$z_1 \cdot z_2 = 1 \cdot 2 - (1 \cdot -2) + i(1 \cdot -2 + 2 \cdot 1) = 4$$

3. Pembagian

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1 \cdot 2 + (1 \cdot -2)}{2^2 + (-2)^2} + i \frac{2 \cdot 1 - (1 \cdot -2)}{2^2 + (-2)^2} = \frac{0}{8} + i \frac{4}{8} = \frac{1}{2}i$$

Bidang Kompleks *(lanjutan)*

- Sifat-sifat operasi :

1. Komutatif

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$$

$$z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1$$

2. Asosiatif

$$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$$

$$z_1(z_2 \cdot z_3) = (z_1 \cdot z_2)z_3$$

3. Distributif

$$z_1(z_2 + z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_3$$

Bidang Kompleks *(lanjutan)*

- Sifat-sifat operasi :

4. Identitas

$$0 + z = z + 0 = z$$

$$z \cdot 1 = z$$

$$z + (-z) = (-z) + z = 0$$

Bilangan Sekawan

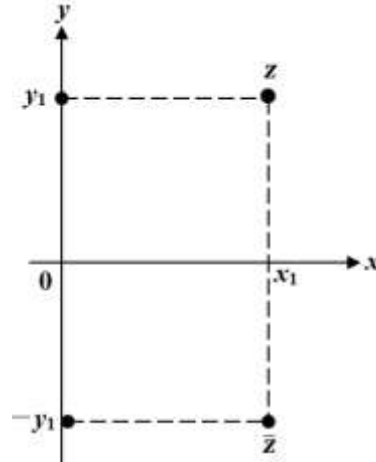
- Jika $z = x + iy$, maka sekawan dari z dinotasikan dengan \bar{z} dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\bar{z} = x - iy$$

- Jika dihubungkan dengan nilai z dengan \bar{z} , maka bagian riil dan imajiner dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$x = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \text{ dan}$$

$$y = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$$



Latihan 1

Diketahui $z_1 = 2 + i$ dan $z_2 = 3 - 4i$

1. $3z_1 + 2z_2$
2. $z_1 \cdot z_2$
3. $(z_1 + z_2)^2$
4. $\frac{z_1}{z_1 + z_2}$
5. $(z_1 - \bar{z}_1)^2$
6. $(z_2 + \bar{z}_2)^2$

Bentuk Polar (lanjutan)

- Bilangan kompleks untuk koordinat bidang polar (r, θ) dapat dibuat hubungan sebagai berikut :

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

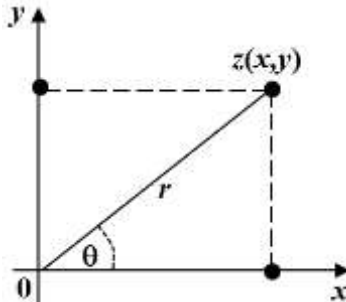
$$\theta = \arg z = \arctan \frac{y}{x}$$

r disebut modulus z

θ disebut argumen z

Jadi z dapat ditulis dalam bentuk :

$$z = r \cos \theta + i(r \sin \theta) = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$



Bentuk Polar (lanjutan)

- Secara geometrik, r merupakan jarak titik z terhadap titik asalnya $(0,0)$, sedangkan θ merupakan sudut z yang diukur dari sumbu x positif dan θ tidak terdefinisi pada $z = 0$.
- Nilai prinsipil θ didefinisikan pada $-\pi < \theta < \pi$, dikarenakan sifat dari θ yang berulang, maka hanya digunakan nilai θ pada selang tersebut.

Bentuk Polar *(lanjutan)*

- Untuk memudahkan dapat digunakan sifat operasi pada bidang kompleks dengan :

$$z_1 = r_1 \cos \theta_1 + i r_1 \sin \theta_1 \quad \text{dan}$$

$$z_2 = r_2 \cos \theta_2 + i r_2 \sin \theta_2$$

1. Perkalian :

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 [\cos (\theta_1 + \theta_2) + i \sin (\theta_1 + \theta_2)]$$

2. Pembagian :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos (\theta_1 - \theta_2) + i \sin (\theta_1 - \theta_2)]$$

- Hasil operasi tersebut menggunakan sifat :

$$\cos (\theta_1 \pm \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \pm \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\sin (\theta_1 \pm \theta_2) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 \pm \cos \theta_1 \sin \theta_2$$

Bentuk Polar *(lanjutan)*

- **Contoh :**

Diketahui $z_1 = 1 + i$ dan $z_2 = \sqrt{3} + i$

- a. Tentukan modulus ($z_1 z_2$) dan nilai prinsipil argumen ($z_1 z_2$)

- b. Tentukan modulus ($\frac{z_1}{z_2}$) dan nilai prinsipil argumen ($\frac{z_1}{z_2}$)

Jawaban :

Jika z_1 dan z_2 ditulis dalam bentuk polar :

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{dan}$$

$$z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

Bentuk Polar *(lanjutan)*

$$\begin{aligned} \text{a. } z_1 z_2 &= 2\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right) \right) \\ &= 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right) \end{aligned}$$

Sehingga modulus $(z_1 z_2) = 2\sqrt{2}$ dan argumen $(z_1 z_2) = \frac{5\pi}{12}$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) \right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right) \end{aligned}$$

Sehingga modulus $\left(\frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ dan argumen $\left(\frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{\pi}{12}$

Latihan 2

Jika diketahui :

1. $z_1 = 1 + i$ dan $z_2 = -1 - i$
2. $z_1 = 1 - i$ dan $z_2 = -1 + i$

Tentukan modulus $(z_1 z_2)$ dan $\left(\frac{z_1}{z_2} \right)$, serta nilai prinsipil argumen $(z_1 z_2)$ dan $\left(\frac{z_1}{z_2} \right)$.

Bentuk Pangkat dan Akar

Dari hasil operasi perkalian bentuk polar dapat diperoleh bentuk pangkat bilangan kompleks z^n yaitu :

$$\begin{aligned}z^n &= r \cdot r \dots r (\cos(\theta + \theta + \dots + \theta) + i \sin(\theta + \theta + \dots + \theta)) \\ &= r^n (\cos \theta + i \sin \theta)\end{aligned}$$

Bentuk pangkat z^n dikenal dengan rumus **De Moivre**, yang dari bentuk tersebut dapat diturunkan bentuk akar $\sqrt[n]{z}$ yang diperoleh dengan cara sebagai berikut :

- Diketahui bentuk akar bilangan kompleks $\sqrt[n]{z} = W$.
- W mempunyai bentuk polar $W = R(\cos \beta + i \sin \beta)$, sedangkan $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

- Nilai R dan β ini akan dicari berdasarkan nilai r dan θ .
- Dari bentuk $W = \sqrt[n]{z}$, dapat diperoleh bentuk $W^n = z$.
- Dari rumus De Moivre $W^n = R^n(\cos n\beta + i \sin n\beta) = z$, maka didapatkan persamaan berikut :

$$R^n = r$$

$$n\beta = \theta + 2\pi k \rightarrow k : \text{bilangan bulat}$$

- Nilai R dan β bisa diperoleh :

$$R = r^{1/n}$$

$$\beta = \frac{\theta + 2\pi k}{n} \rightarrow k : \text{bilangan bulat}$$

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

Jika dicoba memasukkan nilai k mulai dari $0, 1, 2, \dots$ akan diperoleh bahwa nilai β akan kembali periodik untuk $k = n$, yang artinya :

- nilai W akan sama untuk $k = 0$ dan $k = n$,
- nilai W akan sama untuk $k = 1$ dan $k = n + 1$, dan seterusnya.

Karena diinginkan nilai W yang berbeda saja, maka :

$$\beta = \frac{\theta + 2\pi k}{n} \rightarrow \text{untuk } k = 0, 1, \dots, n - 1$$

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

Jadi akar-akar yang dicari adalah w_1, w_2, \dots, w_n dimana untuk :

$$k = 0 \rightarrow w_1 = r^{1/n} \left(\cos \frac{\theta}{n} + i \sin \frac{\theta}{n} \right)$$

$$k = 1 \rightarrow w_2 = r^{1/n} \left(\cos \frac{\theta + 2\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi}{n} \right)$$

⋮

$$k = n - 1 \rightarrow w_n = r^{1/n} \left(\cos \frac{\theta + 2(n-1)\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2(n-1)\pi}{n} \right)$$

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

Untuk kasus khusus $n = 2$, yaitu akar bilangan kompleks yang berbentuk $\sqrt[2]{z}$ dapat juga dicari dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\sqrt[2]{z} = \pm \left[\sqrt{\frac{|z|+x}{2}} + (\text{sign } y)i\sqrt{\frac{|z|-x}{2}} \right]$$

dengan ketentuan $\text{sign } y = 1$ jika $y \geq 0$ dan $\text{sign } y = -1$ jika $y < 0$.

Rumusan ini diperoleh dengan menggunakan sifat :

$$\cos \theta = 2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - 1 \text{ dan}$$

$$\cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

Contoh :

Tentukan semua nilai z yang memenuhi $z^3 + 1 = 0$

Jawaban :

$$z^3 + 1 = 0 \rightarrow z^3 = -1 \rightarrow z = \sqrt[3]{-1} \text{ (bentuk akar pangkat 3)}$$

Bilangan kompleks -1 memiliki $r = 1$ dan $\theta = \pi$, jika w_1, w_2, \dots, w_n adalah akar-akar dari $\sqrt[3]{-1}$, maka :

Bentuk Pangkat dan Akar

(lanjutan)

$$k = 0 \rightarrow w_1 = 1 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$k = 1 \rightarrow w_2 = 1 \left(\cos \frac{\pi+2\pi}{3} + i \sin \frac{\pi+2\pi}{3} \right) = -1$$

$$k = 2 \rightarrow w_3 = 1 \left(\cos \frac{\pi+4\pi}{3} + i \sin \frac{\pi+4\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

Jadi akar-akar yang dimaksud adalah :

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i, -1, \text{ dan } \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

Latihan 3

Tentukan semua nilai z yang memenuhi :

1. $z^2 - 2z + i = 0$

2. $z^2 + 2z - i = 0$

Turunan

Diketahui fungsi bilangan kompleks yang berbentuk :

$$f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$$

Fungsi tersebut ekuivalen dengan dua fungsi riil $u(x, y)$ dan $v(x, y)$ yang masing-masing tergantung pada dua variabel riil x dan y .

Limit Fungsi :

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = L$$

Pengertian limit fungsi adalah untuk semua z yang dekat dengan z_0 , maka nilai $f(z)$ akan dekat dengan nilai L .

Turunan *(lanjutan)*

Pengertian dekat dengan z_0 adalah bilangan kompleks yang terletak di dalam cakram buka dengan pusat z_0 dengan jari-jari yang sangat kecil.

$f(z)$ dikatakan kontinu di titik z_0 , jika :

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$$

$f(z)$ dikatakan *differentiable* di titik $z_0 \rightarrow f'(z_0)$, jika :

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z) - f(z_0)}{\Delta z} = f'(z_0) \quad \text{ada}$$

atau

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0} = f'(z_0) \quad \text{ada}$$

Turunan *(lanjutan)*

Contoh :

1. Periksa apakah $2x + i2y$ mempunyai turunan? Jika ada, tentukan turunannya!
2. Diketahui $f(z) = 3z^2 + 2z$, tentukan $f'(1 + i)$!

Jawaban :

1. $f(z) = f(x, y) = 2x + i2y$

$$\begin{aligned} f'(z) &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z} \\ &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(x+i y+\Delta(x+i y)) - f(x+i y)}{\Delta(x+i y)} \end{aligned}$$

Turunan *(lanjutan)*

Jawaban (lanjutan) :

$$\begin{aligned} &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x+i(y+\Delta y)) - f(x+i y)}{\Delta(x+i y)} \\ &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{2x+2\Delta x+2i(y+\Delta y) - 2(x+i y)}{\Delta(x+i y)} \\ &= 2 \text{ (limitnya ada)} \end{aligned}$$

Jadi fungsi bilangan kompleks $f(z) = 2x + i2y$ mempunyai turunan $f'(z) = 2$.

Turunan *(lanjutan)*

Jawaban (lanjutan) :

2. Diketahui $f(z) = 3z^2 + 2z$, jika $f(z)$ diberikan dalam bentuk variabel z saja, maka dapat diturunkan secara langsung dengan aturan penurunan biasa.

$$\begin{aligned}\text{Jadi } f'(z) &= 6z + 2, \text{ sehingga } f'(1 + i) = 6(1 + i) + 2 \\ &= 8 + 6i\end{aligned}$$

Latihan 4

a. Tentukan turunan dari fungsi berikut :

1. $f(x, y) = x^2 + 3x - y^2$

2. $f(z) = z^2 + 3z$

b. Tentukan $f'(1 + i)$ dari fungsi berikut :

1. $f(z) = (2z - 1)^3$

2. $f(x, y) = x^2 - y^2 - x + i(2xy - y)$