

**BIDANG PENDIDIKAN DAN PENGAJARAN**  
**BERITA ACARA PERKULIAHAN**  
**KULIAN ONLINE(*E-LEARNING*)**

**PERIODE SEMESTER GENAP 2021-2022**

MATA KULIAH:

**SISTEM KENDALI NON LINIER**

*LAMPIRAN BERITA ACARA PERKULIAHAN :*

- 1. SK.DEKAN FTI SEMESTER GENAP 2021/2022*
- 2. PRESENSI KEHADIRAN DOSEN DAN MATERI AJAR*
- 3. CONTOH HAND OUT MATERI AJAR*
- 4. NILAI KOMULATIF; KEHADIRAN, TUGAS, UTS DAN UAS*

**PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO**  
**FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI**  
**INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL**



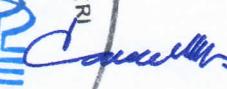
YAYASAN PERGURUAN CIKINI  
INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

Jl. Moh. Kahfi II, Bhumi Srengseng Indah, Jagakarsa, Jakarta Selatan 12640  
Telp. 021-7270090 (hunting), Fax. 021-7866955, hp: 081291030024  
Email : humas@istn.ac.id Website : www.istn.ac.id

**SURAT PENUGASAN TENAGA PENDIDIK**

Nomor : 146/03.1 – G / III / 2022.

SEMESTER **GENAP**, TAHUN AKADEMIK 2021 / 2022

Nama	: Abdul Muis,Ir.MT	Status Pegawai	: Edukatif Tetap / Tidak Tetap		
NIK	: 22870039	Program Studi	: Teknik Elektro		
Jabatan Akademik	: Lektor				
Bidang	Perincian Kegiatan	Tempat	Jam / Minggu	Kredit (sks)	Keterangan
<b>I PENDIDIKAN Dan PENGAJARAN</b>	<b>MENGAJAR DI KELAS ( KULIAH / RESPONSI DAN LABORATORIUM )</b>				
	1. Dasar Sistem Kendali ( Klas A )			2	Senin, 08:00-09:40
	2. Sistem Kendali Digital ( Klas A )			3	Senin, 10:30-12:10
	3. Sistem Kendali Non Linier ( Klas A )			3	Selasa, 10.30-12.30
	4. Dasar Sistem Kendali ( Klas K )			2	Kamis, 17.00-18.40
	5. Sistem Kendali Multivariabel ( Klas A )			3	Jum'at, 13.00-14.40
	6. Prak. Teknik Kendali (D.III Klas A)			2	-
	7. Prak. Mikroprosesor (D.III Klas A)			2	-
	8.				-
	9.				-
	10.				-
	11.				-
	12.				-
	13.				-
	14.				-
	15.				-
	16.				-
	17. Membimbing Skripsi / Tugas Akhir				
18. Menguji Skripsi / Tugas Akhir					
<b>II PENELITIAN</b>	1. Penelitian Ilmiah			1	
	2. Penulisan Karya Ilmiah				
	3. Penulisan Diktat Kuliah				
	4. Menerjemahkan Buku				
	5. Pembuatan Rancangan Teknologi				
	6. Pembuatan Rancangan & Karya Pertunjukan				
<b>III PENGABDIAN DAN MASYARAKAT</b>	1. Menduduki Jabatan di Pemerintahan			1	
	2. Pengembangan Hasil Pendidikan Dan Penelitian				
	3. Memberikan Penyuluhan/Pelatihan/Ceramah pada masyarakat				
	4. Memberikan Pelayanan Kepada Masyarakat Umum				
	5. Menulis Karya Pengabdian Pada Masyarakat yang tidak dipublikasikan				
	6. Komersial / Kesepakatan				
<b>IV UNSUR-UNSUR PENUNJANG</b>	1. Jabatan Struktural			1	
	2. Penasehat Akademik				
	3. Berperan serta aktif dalam pertemuan ilmiah / seminar				
	4. Pengembangan program kuliah / Kelompok Ilmu Elektro				
	5. Menjadi anggota panitia / Badan pada suatu Perguruan Tinggi				
	6. Menjadi anggota Badan Lembaga Pemerintahan				
	7. Menjadi Anggota Organisasi Profesi				
	8. Mewakili PT / Lembaga Pemerintah duduk dalam Panitia antar Lembaga				
	9. Menjadi Anggota Delegasi Nasional ke Parlemen – Parlemen Internasional				
Jumlah Total				<b>20</b>	
Kepada yang bersangkutan akan diberikan gaji / honorarium sesuai dengan peraturan penggajian yang berlaku di Institut Sains dan Teknologi Nasional Penugasan ini berlaku dari tanggal <b>21 Maret 2022</b> sampai dengan tanggal <b>31 Agustus 2022</b> .					
<p>Jakarta, 21 Maret 2021 Dekan,  <b>(Dr. Musfirah Cahya F.T.S.Si.,M.Si.)</b></p>					

**Tembusan :**

1. Direktur Akademik - ISTN
2. Direktur Non Akademik - ISTN
3. Ka. Biro Sumber Daya Manusia - ISTN
4. Kepala Program Studi Fak. ....
5. Arsip



**Berita Acara Perkuliahan**  
**(Presentasi Kehadiran Dosen)**  
**SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2021/2022**  
**PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO S1 FTI - ISTN**

Nama Dosen		: 1. M. Febriansyah,ST.MT. 2. Ir. Abdul Muis,MT			Hari		: Selasa
Mata Kuliah		: Sistem Kendali Non Linier			Jam		: 10.00-12.30
Kelas		: A & 3 SKS			Ruang		:
No.	Hari /Tanggal	Materi Pembelajaran	Metode Belajar	Jml Mhs	Paraf Dosen		
1.	Selasa / 22-03-2022	PENDAHULUAN, Kontrak Kuliah, Pengantar Mata Kuliah SKNL	Google Meet	1			
2.	Selasa / 29-03-2022	TERMINOLOGI SISTEM KENDALI	elearning istn dan Google Meet	1			
3.	Selasa / 05-04-2022	DESCRIBING FUNCTION	elearning istn dan Google Meet	1			
4.	Selasa / 12-04-2022	ANALISA KESTABILAN SISTEM	elearning istn dan Google Meet	1			
5.	Selasa / 19-05-2022	BACKLASH NON.LINEARITY	elearning istn dan Google Meet	1			
6.	Selasa / 26-04-2022	METODE BIDANG PHASA	elearning istn dan Google Meet	1			
7.	Selasa / 10-05-2022	METODE LIAPUNOV	elearning istn dan Google Meet	1			
8.	Selasa / 17-05-2022	UJIAN TENGAH SEMESTER (UTS) SEMESTER GENAP 2021/2022	elearning istn dan Google Meet	1			



**Berita Acara Perkuliahan**  
**(Presentasi Kehadiran Dosen)**  
**SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2021/2022**  
**PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO S1 FTI - ISTN**

Nama Dosen		: 1. M. Febriansyah,ST.MT. 2. Ir. Abdul Muis,MT			Hari		: Selasa
Mata Kuliah		: Sistem Kendali Non Linier			Jam		: 10.00-12.30
Kelas		: A & 3 SKS			Ruang		:
No.	Hari /Tanggal	Materi Pembelajaran	Metode Belajar	Jml Mhs	Paraf Dosen		
9	Selasa / 24-05-2022	ANALISIS KESTABILAN SKNL	elearning istn dan Google Meet	1			
10	Selasa / 31-05-2022	ANALISIS KESTABILAN SKNL (lanjutan)	elearning istn dan Google Meet	1			
11	Selasa / 07-06-2022	METODA POPOV	elearning istn dan Google Meet	1			
12	Selasa / 14-06-2022	METODE PENDEKATAN SERI	elearning istn dan Google Meet	1			
13	Selasa / 21-06-2022	PENDEKATAN SISTEM ORDE KEDUA	elearning istn dan Google Meet	1			
14	Selasa / 28-06-2022	Metode Krasovky	elearning istn dan Google Meet	1			
15	Selasa / 05-07-2022	Ngulang Ngulang Contoh Soal	elearning istn dan Google Meet	1			
16	Selasa / 12-07-2022	UJIAN AKHIR SEMESTER GENAP 2122	elearning istn dan Google Meet	1			

Mengetahui  
 Kepala Program Studi

  
**Harlan Effendi, MT )**



**DIKTAT-KULIAH**  
**TEKNIK SISTEM KONTROL NONLINIER**  
**( BAGIAN I )**

**O  
L  
E  
H**

**Ir. Abdul Muis.M,MT**

**Program Studi Teknik Elektro**



**INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL  
JAKARTA**

**2010**

## **Kata Pengantar**

**Pembuatan buku Diktat yang sangat sederhana ini, kami maksudkan untuk mengatasi kekurangan-kekurangan di dalam Text Book yang tersedia, jadi bukan maksudnya Diktat ini untuk menggantikan kuliah – kuliah Sistem Pengaturan.**

**Diktat ini pula khususnya digunakan bagi lingkungan ISTN program studi teknik elektro dan maupun Program studi Diploma III ISTN Jakarta.**

**Jadi adapun kekurangan – kekurangannya, saya mohon kritik dan saran bagi semua pihak.**



**Institut Sains dan Teknologi Nasional  
Jakarta. 2010**

# DAFTAR ISI

**Kata Pengantar**

**Daftar Isi**

**Bab I. Teknik Sistem Kontrol Non Linier ( Bagian I )**

**1.1. Pendahuluan**

**1.2. Metode Describing-Function**

**1.2.1. Non Linieritas On-Off**

**1.2.2. Non Linieritas On-Off dengan daerah mati**

**1.2.3. Non Linieritas On-Off dengan Hysterisis**

**1.2.4. Non Linieritas On-Off daerah mati dan Hysterisis**

**1.2.4.5. Non Linieritas kejenuhan ( saturation )**

**1.3. Analisa kestabilan Sistem dengan Menggunakan Metode Describing-Function**

**1.3.1. Kriteria Kestabilan Ny Quist Pada Sistem Non Linier**

**1.3.2. Kriteria Kestabilan Ny Quist Pada Sistem Linier**

**1.4. Non Linieritas Sentakan ke belakang ( Back-Lash Non Linierity )**

**Bab II. Teknik Sistem Kontrol Non Linier ( Bagian II )**

**2.1 Pendahuluan**

**2.2. Jenis – Jenis dan Sifat Sistem Non Linier**

**2.3. Metode yang dapat dipergunakan untuk menganalisa Sistem Non Linier**

**2.3.1. Kriteria Kestabilan Lia Punov**

**2.3..2. Metode Popov**

**2.3.3. Kriteria Lingkaran yang digenerasi**

**Bab III. Metode Lia Punov**

**3.1. Dasar Pemikiran**

**3.1.1. Kriteria Kestabilan Lia Ponov**

**3.1.2. Metode Lia Punov 2**

**3.1.3. Metode Lia Punov Langsung**

**3.3. Metode untuk membentuk fungsi Lia Punov secara sistematis**

**3.3.1. Metode Variabel Gradient untuk membentuk fungsi Lia Punov**

**3.3.2. Persamaan Curl.**

**3.3.3. Metode Format untuk membentuk Fungsi Lia Punov**

**3.3.4. Metode Krasovskii**

**3.3.5. Metode Popov**



# BAB I

## SISTEM KONTROL NON LINIER

### 1.1. PENDAHULUAN

Pada **Diktat-Kuliah Dasar Sistem Kontrol** yang telah dibahas sebelumnya, adalah berkaitan dengan:

- sistem kontrol yang linier dan tak berubah dengan waktu (*linear time invariant system*)
  - Teknik yang digunakan pada sistem linier tersebut:
    - tetap mempunyai peranan yang kuat di dalam menyelidiki:
      - sifat, kelakuan dan kinerja sistem :
- **pada sistem-sistem yang sebenarnya bersifat nonlinier, namun dapat didekati secara linier**
- Di dalam kenyataannya semua sistem fisis (sistem yang ada di dalam praktek) mempunyai sifat yang nonlinier, yaitu :
  - o suatu sifat dimana hubungan antara masukan dan keluaran sistem adalah nonlinier
  - o dengan demikian jika suatu sistem dipaksakan untuk :

dianalisa dan dirancang secara teknik linier, maka akan hilang sifat-sifat nonlinier penting, karena sifat nonlinier tersebut harus diabaikan.

Didalam kenyataannya, pada banyak pemakaian kontrol dengan teori linier tersebut :

- telah menghasilkan hasil yang sangat bagus, yang mana didukung berdasarkan eksperimen
- namun tidak berarti bahwa selalu cukup digunakan teknik kontrol linier saja, karena :
- akan mengakibatkan kesulitan dalam perancangannya, misalnya :
  - karena harus memenuhi persyaratan linier pada daerah operasi yang lebar, maka :
    - akan diperlukan komponen-komponen berkualitas tinggi sehingga mahal biayanya.
  - keterbatasan pada penerapan teori linier saja mengakibatkan :
    - bisa menghambat keinginan tahu dari para perancang untuk :
      - mengenal secara lebih mendalam tentang :
        - komponen-komponen yang nonlinier ( ataupun komponen yang pada

**daerah nonlinier, komponen tersebut bekerja berlainan dari komponen, dimana:**

- penggunaan komponen yang bersifat nonlinier tersebut **sebenarnya dapat memperbaiki tanggapan atau keluaran sistem**
- Pada perkuliahan Dasar Sistem Kontrol, apa yang dibahas adalah mengenai :
  - o sistem kontrol linier, dimana hubungan antara masukan dan keluaran terhadap suatu sistem ataupun subsistem adalah linier
  - o dengan adanya hubungan yang linier ini, maka berlakulah **hukum superposisi**
  - o hukum superposisi ini merupakan sifat terpenting dari sistem linier
  - o Hukum superposisi ini menyatakan, jika :
    - **pada masukan sebesar  $x_1$  menghasilkan keluaran sebesar  $y_1$ , dan**
    - **pada masukan sebesar  $x_2$  menghasilkan keluaran sebesar  $y_2$ , maka :**  
**jika masukannya sebesar  $(ax_1 + bx_2)$ , keluarannya sebesar  $(ay_1 + by_2)$**

**Contoh :**

**Hubungan linier:  $y = 2x$**

**Jika  $x = x_1 = 3$ , maka  $y = y_1 = 6$**

**Jika  $x = x_2 = 5$ , maka  $y = y_2 = 10$**

**Jika  $a = 4$  dan  $b = 7$ , maka  $(ax_1 + bx_2) = (4)(3) + (7)(5) = 12 + 35 = 47$ ,**

**sedangkan  $(ay_1 + by_2) = (4)(6) + (7)(10) = 24 + 70 = 94$**

**Hasil ini tepat sama untuk hubungan linier  $y = 2x$ , dengan memasukkan nilai :**

**$x = ax_1 + bx_2 = (4)(3) + (7)(5) = 47$ , maka :juga akan menghasilkan :**

**$y = 2x = 2(47) = 94$**

Untuk sistem kontrol linier dalam menentukan kelakuan sistem (terutama kestabilannya) dapat digunakan salah satu **metode dibawah ini** :

- **Routh**
- **Root-Locus**
- **Bode**
- **Nyquist**
- **Log-Modulus v.s. Phase (atau Gain-Phase Plots)**

Sifat yang linier tsb. sebenarnya adalah sebagian kecil dari sifat yang dipunyai oleh sistem fisis yang sebenarnya (atau sifat nonlinier) , karena:

- dalam sistem fisis yang sebenarnya mengandung juga bagian yang bersifat non linier, misalnya kejenuhan (**saturation**), daerah mati (**dead-zone**), resonansi loncat (**jump-resonance**), **hysteresis**, **sub-harmonic generation** dan sebagainya, yang mana :
  - ketidak linieran tersebut diabaikan pada sistem-sistem yang dianggap linier
  - Jadi dengan menganggap sistem bersifat linier, Maka :
    - Sebenarnya telah membatasi daerah kerja sistem , yaitu :

hanya khusus memperhatikan daerah yang linier saja (dan meng-abaikan daerah yang nonlinier), Namun dengan menganggap sistem bersifat linier akan mempunyai keuntungan, yaitu sistem menjadi lebih sederhana didalam penganalisaannya dan lebih mudah pemrediksian sifat-sifatnya.

- ***Pada sistem kontrol nonlinier, semua sifat yang berlaku untuk sistem linier tidak dapat diberlakukan lagi***

Untuk sistem nonlinier persamaan kerja sistem dinyatakan dengan persamaan diferensial nonlinier. Metode-metode yang biasa digunakan untuk menganalisa sistem linier, seperti

**metode Root-Locus, Bode, Nyquist, Log-Modulus v.s. Phase :**

- **tidak berlaku lagi**, kecuali untuk hal-hal yang sangat khusus
- prinsip super-posisi juga tidak berlaku lagi pada sistem nonlinier

Sebagai gantinya , metode yang digunakan untuk menganalisa sistem kontrol nonlinier adalah :

- **Metode Fungsi Penggambaran (*Describing Function*)**
- **Metode Bidang Fase (*Phase-Plane Method*)**
- **Metode Liapunov**
- dan sebagainya

- Pada sistem linier, keluaran sistem tidak tergantung pada besarnya (amplitudo) masukannya
- Pada sistem nonlinier, keluaran sistem tergantung pada besarnya (amplitudo) masukannya
- Jadi **pada suatu masukan dengan nilai amplitudo tertentu, pada sistem nonlinier, maka :**
- **sistem tersebut dapat dalam keadaan stabil**, namun :
  - **pada amplitudo masukan yang lain sistem menjadi tak stabil.**
- Jadi keluaran atau tanggapan sistem nonlinier ini sangat peka terhadap amplitudo masukan
- Transformasi-Laplace dan **transformasi-Z** yang :

merupakan alat analisa penting pada sistem linier, sedangkan pada sistem nonlinier tidak dapat lagi digunakan, analisa sistem-sistem nonlinier untuk berbagai jenis masukan yang berubah dengan waktu (time-invarying systems) adalah sangat sulit.

Kestabilan dari sistem linier hanya ditentukan oleh **lokasi poles** dari persamaan karakteristik sistem (atau eigenvalues sistem) , dan sama sekali tidak tergantung pada ada atau tidaknya signal penggerak terhadap sistem linier tersebut. Selain itu kestabilan sistem-sistem linier yang tak diberi daya penggerak (undriven linear systems) adalah bebas dari pengaruh besarnya (magnitude) keadaan awal tertentu, sifat-sifat yang berlaku pada sistem linier ini tidak berlaku pada sistem nonlinier,

**karena :**

pada sistem nonlinier kestabilan tergantung pada besarnya signal masukan dan dari kondisi awal Pada sistem nonlinier ini ada peristiwa yang disebut dengan :

*Limit cycles* , dimana pada saat terjadi limit cycles , maka :

terjadilah osilasi berkelanjutan (terus-menerus) dengan frekuensi dan amplitudo yang tetap Penentuan adanya limit cycles ini bukanlah pekerjaan yang mudah, sebab :

limit cycles tersebut tergantung baik pada jenis maupun amplitudo signal exitasi (signal penggerak).

**Studi kestabilan sistem-sistem nonlinier** di dalam kenyataannya memerlukan adanya **informasi mengenai jenis dan amplitudo masukan-masukan, kondisi-kondisi awal dan sebagainya.**

**Konsep Describing Function** sebenarnya adalah **pengembangan dari Konsep Transfer Function** yang digunakan pada Sistem Kontrol Linier, **sehingga dapat diterapkan pada Sistem Kontrol Nonlinier**

Jenis ketidak linierannya atau nonlinieritas sendiri, ada yang :

**memang sudah terdapat pada sistem itu sendiri**, misalnya :

- kejenuhan (saturasi)
- daerah mati (dead-zone)
- resonansi loncat (jump-resonance)
- hysteresis
- sub-harmonic generation, dsb

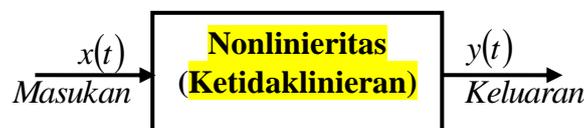
**memang sengaja dipasang pada sistim** untuk meningkatkan kinerjanya, misalnya **on-off nonlinearity** atau **on-off relay**

Selanjutnya pada bab-bab yang selanjutnya akan dibahas secara terperinci permasalahan yang didapati pada sistem kontrol nonlinier.

## 1.2. METODE DESCRIBING FUNCTION

Untuk menganalisa sifat sistem kontrol nonlinier , khususnya di dalam menentukan kestabilan sistem, salah satu caranya adalah dengan :

- menggunakan *Metode Describing Function*
- dengan metode ini :
  - salah satu atau beberapa komponen nonlinier yang terdapat pada sistim kontrol nonlinier , diuji kinerjanya dengan : menggunakan **signal uji masukan** berupa **signal sinusoidal murni**, yaitu :  $x(t) = X \sin \omega t$



Gambar 1.1. Non linieritas Blok

- Keluaran nonlinieritas akibat adanya signal masukan  $x(t)$  tersebut, pada umumnya berupa : **gelombang periodik yang bukan sinusoidal lagi**
- Gelombang periodik tersebut , yaitu  $y(t)$  , akan dapat **diuraikan menurut deret Fourier** menjadi: penjumlahan dari gelombang dasar (fundamental wave) dengan frekuensi  $\omega$  , dan gelombang-gelombang harmonisanya dengan frekuensi  $2\omega, 3\omega, \dots, n\omega$ , Secara matematik signal keluaran periodik =  $y(t)$  dapat diuraikan menurut **deret Fourier**

sebagai berikut : 
$$y(t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} [A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t] \dots \dots \dots (2.1)$$

dimana :

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos n\omega t d(\omega t) \dots\dots\dots (2.2)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin n\omega t d(\omega t) \dots\dots\dots (2.3)$$

$$y_n = B_n + jA_n \dots\dots\dots (2.4)$$

$$Y_n = |y_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \dots\dots\dots (2.5)$$

dan

$$\theta_n = \angle y_n = \tan^{-1} \left( \frac{A_n}{B_n} \right) \dots\dots\dots (2.6)$$

(n = 0, 1, 2, ..., ∞) = interger

Pada metode **Describing-Function** ini, **semua gelombang harmonisa diabaikan**, sehingga :

$$y(t) \cong A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \dots\dots\dots (2.7)$$

Maka amplitudo gelombang dasar adalah :

$$Y_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{A_1}{B_1} \right) \dots\dots\dots (2.9)$$

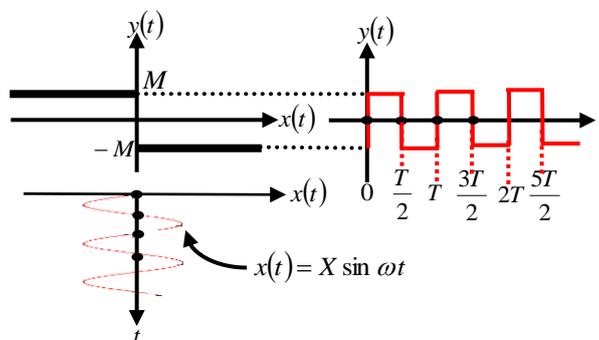
Selanjutnya **didefinisikan** bahwa yang dimaksudkan dengan **Describing-Function adalah perbandingan antara amplitudo gelombang dasar yang keluar dari komponen nonlinier dengan amplitudo gelombang yang masuk ke komponen nonlinier**, yang biasanya ditulis dengan Notasi N, persamaan berikut:

$$N = \frac{Y_1}{X} \angle \theta_1 \dots\dots\dots (2.10)$$

Akibat diabaikannya semua gelombang harmonisa, maka ketelitiannya juga menjadi tidak terlalu tinggi. Beberapa **contoh** dari ketidak linieran (**nonlinearity**) adalah sebagai berikut:

### 1.2.1. Nonlinieritas On-Off ( atau Relay Ideal )

Ketidak linieran jenis ini termasuk kelompok ketidak linieran yang memang disengaja dipasang pada sistem, dengan tujuan untuk meningkatkan kinerjanya.



Gambar 1.2. Relay ideal ( Output-Input )

Dengan referensi Pers ( 2.1) di atas, persamaan berikut:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} [A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t]$$

dimana:  $A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos n\omega t d(\omega t)$  **dan**  $B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin n\omega t d(\omega t)$

Untuk Menghitung Describing Function , hanya diambil  $n=1$  saja, sehingga  $Y_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$

$$\text{Describing Function} = N = \frac{Y_1}{X} \angle \theta_1 = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{X} \angle \tan^{-1} \frac{A_1}{B_1}$$

**Karena** :  $y(t)$  = Fungsi Genap, sehingga  $A_1 = 0$

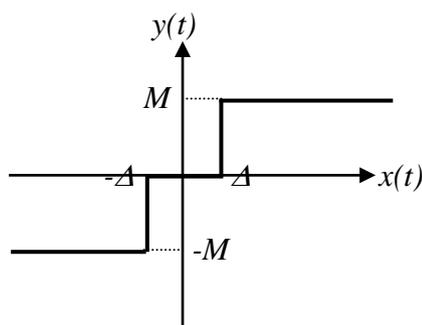
$$N_{on\ off} = \frac{B_1}{X} \angle 0^\circ \rightarrow \text{karena } B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin \omega t d(\omega t) \rightarrow N_{on\ off} = \frac{\int_0^{2\pi} y(t) \sin \omega t d(\omega t)}{\pi X} \angle 0^\circ$$

$$\begin{aligned} N_{on\ off} &= \frac{1}{\pi X} \left( \int_0^{\pi} (M \sin \omega t) d(\omega t) + \int_{\pi}^{2\pi} -M \sin \omega t d(\omega t) \right) \angle 0^\circ \\ &= \frac{M}{\pi X} \left( -\cos(\omega t) \Big|_0^{\pi} + \cos(\omega t) \Big|_{\pi}^{2\pi} \right) \angle 0^\circ = \frac{M}{\pi X} [-\{(-1) - 1\} + 1 - (-1)] \angle 0^\circ \\ &= \frac{M}{\pi X} [1 + 1 + 1 + 1] \angle 0^\circ = \frac{4M}{\pi X} \angle 0^\circ \end{aligned}$$

Jadi **Describing Function** untuk ketidak-linieran on-off adalah :

$$N_{on-off} = \frac{4M}{\pi X} \angle 0^\circ \dots \dots \dots (2.11)$$

**1.2.2. Nonlinieritas on-off dengan daerah mati (On-off nonlinearity with dead-zone)**



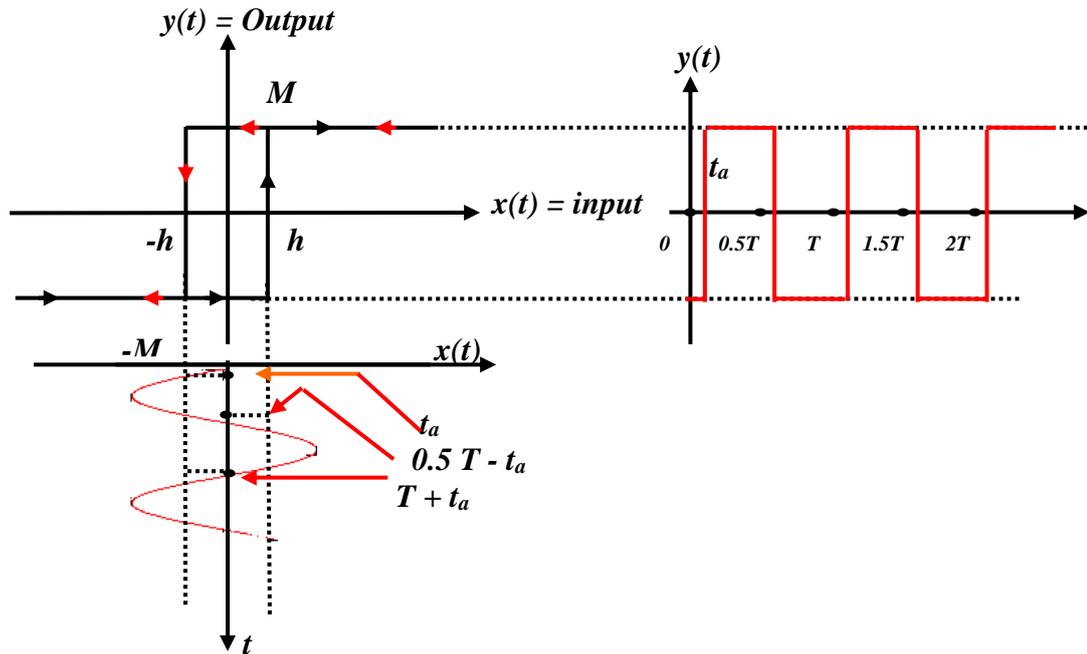
Daerah mati (*Dead zone*) terjadi pada :  $-\Delta < v_{in} < \Delta$

Gambar 1.3. Output-Input Dead Zone

**Describing Function-nya adalah :**

$$N = \frac{4M}{\pi X} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{X}\right)^2} \dots \dots \dots (2.12)$$

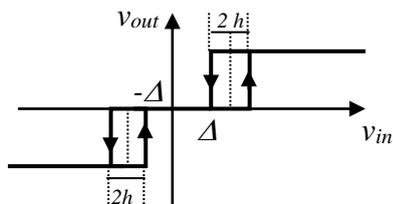
### 1.2.3. Nonlinieritas On-off dengan hysteresis



Gambar 1.4. Output-Input Nonlinieritas On-off hysteresis

$$N = \frac{4M}{\pi X} \angle -\sin^{-1}\left(\frac{h}{X}\right) \dots \dots \dots (2.13)$$

### 1.2.4. Nonlinieritas on-off dengan dead-zone dan hysteresis



Gambar 1.5. output-Input nonlinieritas on-off dead-zone

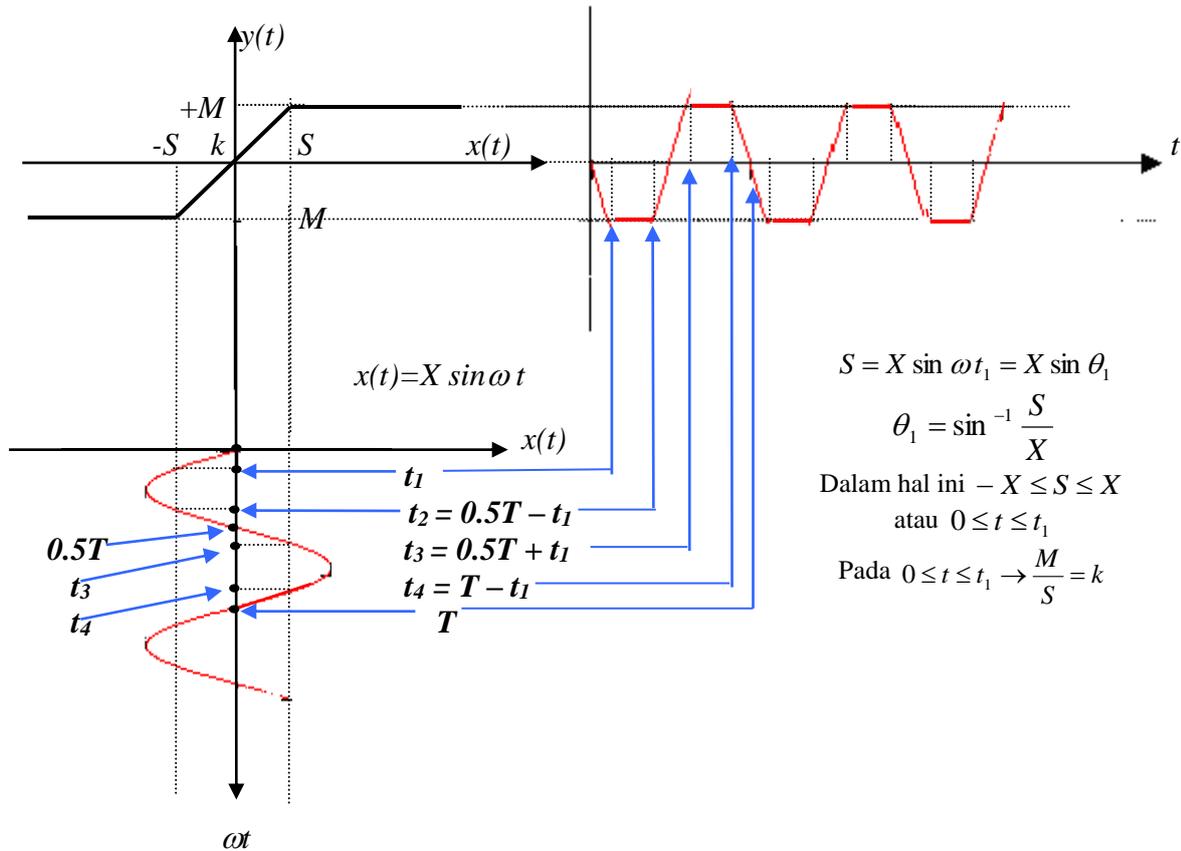
$$N = \sqrt{\left(\frac{a_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{X}\right)^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \dots \dots \dots (2.14)$$

dimana :

$$a_1 = \frac{4hM}{\pi X} \dots \dots \dots (2.15a)$$

$$b_1 = \frac{2M}{\pi} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta - h}{X}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta + h}{X}\right)^2} \right] \dots \dots \dots (2.15b)$$

### 1.2.5. Nonlinieritas saturasi (kejenuhan)



Gambar 1.6. Output-Input nonlinieritas saturasi

$$\text{Describing Function Saturation} = N = \frac{2k}{\pi} \left[ \sin^{-1} \left( \frac{S}{X} \right) + \frac{S}{X} \sqrt{1 - \left( \frac{S}{X} \right)^2} \right] \dots \dots \quad (2.16)$$

dimana :  $v_{in} = \pm S =$  nilai input pada saat keluaran mulai jenuh

**Buktinya sebagai berikut :**

Describing Function  $= N = \frac{Y_1}{X} \angle \theta_1$ , dimana  $Y_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$  dan  $\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{A_1}{B_1} \right)$

Karena fungsinya adalah fungsi ganjil, maka  $A_1 = 0$ , sehingga  $Y_1 = B_1$ ;  $\theta_1 = 0^\circ$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin \omega t d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\omega t_1} kX \sin \omega t d(\omega t) + \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} M d(\omega t) + \int_{\omega t_2}^{\pi + \omega t_1} kX \sin \omega t d(\omega t) + \int_{\pi + \omega t_1}^{2\pi - \omega t_1} M d(\omega t) + \int_{2\pi - \omega t_1}^{2\pi} kX \sin \omega t d(\omega t) \right]$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \left[ -kX \cos \omega t \Big|_{\omega t=0}^{\omega t_1} + M\omega t \Big|_{\omega t=\omega t_1}^{\pi-\omega t_1} - kX \cos \omega t \Big|_{\omega t=\pi-\omega t_1}^{\pi+\omega t_1} + M\omega t \Big|_{\omega t=\pi+\omega t_1}^{2\pi-\omega t_1} - kX \cos \omega t \Big|_{\omega t=2\pi-\omega t_1}^{2\pi} \right]$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \left( -kX \cos \omega t_1 + 1 + M\pi - M\omega t_1 - M\omega t_1 - kX \cos(\pi + \omega t_1) + kX \cos(\pi - \omega t_1) + \right)$$

$$2\pi M - M\omega t_1 - 2\pi M - M\omega t_1 - kX + kX \cos(2\pi - \omega t_1)$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \left( -\cancel{kX \cos \omega t_1} + 1 + M\pi - 2M\omega t_1 + \cancel{kX \cos \omega t_1} - \cancel{kX \cos \omega t_1} + 2M\omega t_1 - kX + \cancel{kX \cos \omega t_1} \right)$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} (1 + M\pi - kX)$$

Sehingga diperoleh **Describing Function** adalah sebesar:

$$N = \frac{Y_1}{X} \angle \theta_1 = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{X} + \pi \frac{M}{X} - k \right)$$

### Soal-soal :

- Suatu alat yang dapat memperkuat signal listrik masukan  $e_i(t)$ , dibagian loop catubaliknya terdapat elemen nonlinier dengan kharakteristik sebagai berikut :

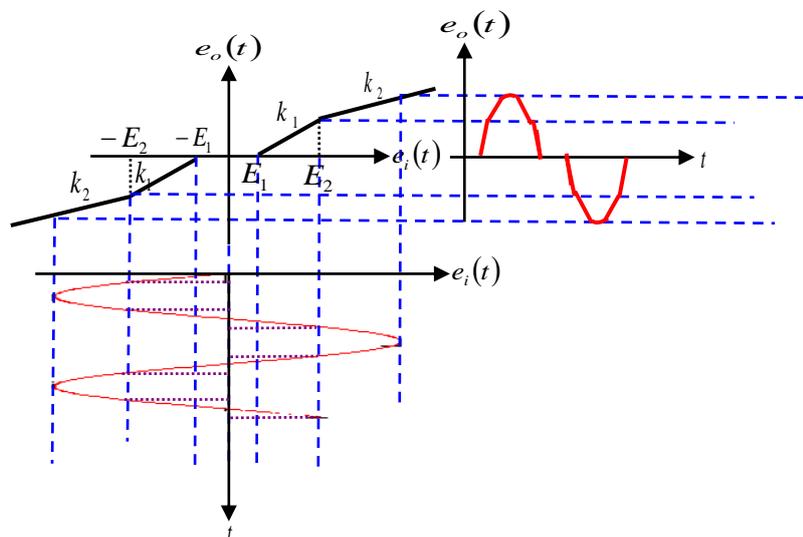
- $e_o(t) = 0$  untuk  $|e_i(t)| < |E_1|$
- $e_o(t) = K_1 [e_i(t) - E_1]$  untuk  $|E_1| < e_i(t) < |E_2|$
- $e_o(t) = K_2 E_2$  untuk  $|e_i(t)| > |E_2|$

- Gambarkanlah signal keluaran elemen nonlinier tersebut jika signal masukan berupa gelombang sinusoidal .
- Buktikanlah : Describing-Functionnya adalah

$$N = K_2 + \frac{2(K_1 - K_2)}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \frac{S}{X} + \frac{S}{X} \sqrt{1 - \left( \frac{S}{X} \right)^2} \right\}$$

### Jawab :

- Hubungan antara keluaran dan masukan elemen nonlinier , yang sesuai dengan a. , b. dan c, adalah sebagai :



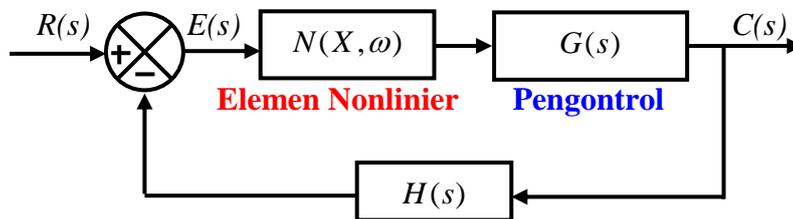
Gambar 1.7. output-Input nonlinieritas

### 1.3. ANALISA KESTABILAN SISTEM DENGAN MENGGUNAKAN METODE DESCRIBING FUNCTION

- Metode Describing function menggunakan gelombang sinus murni sebagai masukan ke komponen nonliniernya
- Keluaran komponen nonlinier tersebut tergantung pada amplitudo masukannya
- Kriteria kestabilan yang digunakan yang digunakan termasuk didalam frequency-domain, misalnya kriteria kestabilan Nyquist, Bode dan Log-Modulus v.s Phase.

#### 1.3.1. Kriteria kestabilan Nyquist untuk sistem nonlinier

Untuk dapat mengetahui kestabilan sistem nonlinier, perhatikanlah blok-diagram suatu sistem nonlinier berikut ini .



Gambar 1.8. Blok sistem non linier

- **Persamaan kharakteristik suatu sistem kontrol linier** , dimana pada sistem linier  $N(X, \omega) = 1$ , adalah :

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

$$G(s)H(s) = -1$$

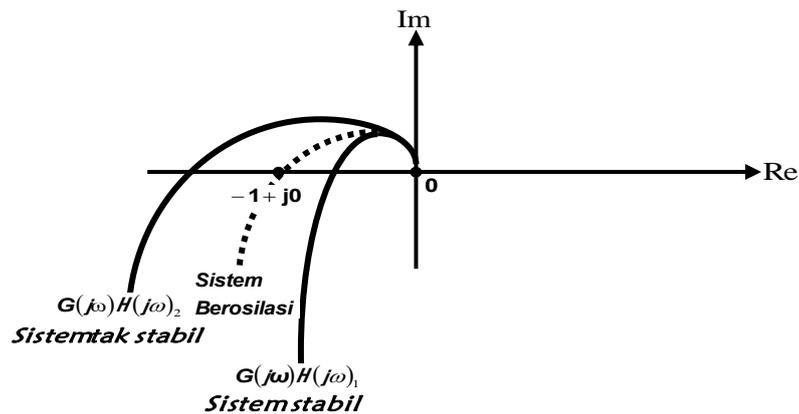
- **Penulisan menggunakan bilangan kompleks adalah :**

$$G(s)H(s) = -1 + j0$$

- Agar konsep kestabilan sistem linier ini dapat diterapkan pada sistem nonlinier, dengan menggunakan konsep describing-function, maka :

**penyelidikan kestabilan sistem dilakukan pada daerah kerja frekuensi** (frequency-domain), misalnya dengan metode **Nyquist, metode Bode, metode Log-modulus v.s . Phase dan lain-lain**

- Karena metode Nyquist bekerja pada *daerah kerja frekuensi* (frequency-domain), Maka diambil  $s = j\omega$  = operator Laplace untuk frequency-domain.
- Peta  $G(j\omega) H(j\omega)$  pada bidang kompleks , untuk  $0 < \omega < \infty$  , pada sistem linier , jika digunakan kurva Nyquist , maka petanya adalah sebagai berikut :



Gambar 1.9. kurva Nyquist

### 1.3.2. Kriteria kestabilan Nyquist untuk Sistem Kontrol Linier adalah :

jika kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  pada bidang kompleks tidak melingkari titik  $(-1 + j0)$ , maka **sistem adalah stabil**.

jika kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  melingkari titik  $(-1 + j0)$ , maka **sistem adalah tak stabil**.

jika kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  melalui titik  $(-1 + j0)$ , maka **sistem berosilasi**.

Selain kriteria diatas dapat juga dengan menggunakan kriteria lainnya, yaitu untuk stabil, maka **Gain-Margin** dan **Phase-Margin** harus positif

Gain-Margin adalah Gain (dalam dB) yang harus ditambahkan agar

$|G(j\omega)H(j\omega)|$  pada saat  $\angle G(j\omega)H(j\omega) = -180^\circ$  menjadi 0 dB

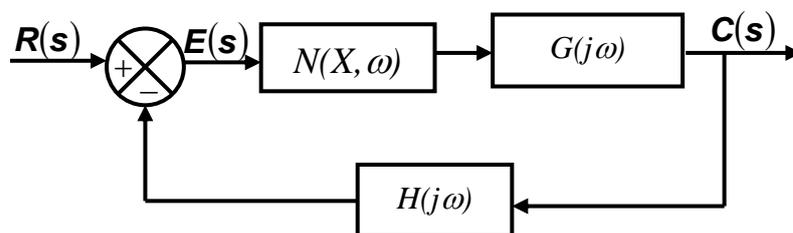
Phase-Margin adalah sudut yang harus ditambahkan dari  $-180^\circ$  ke  $\angle G(j\omega)H(j\omega)$  dimana

$|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$  (atau 0 dB).

**Penerapan kriteria kestabilan untuk Sistem Kontrol Nonlinier**, adalah :

dengan mengganti titik  $(-1 + j0)$  dengan kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$  atau [describing-function],

Untuk menganalisanya perhatikan blok diagram sistem kontrol nonlinier sebagai berikut :



Gambar 1.10. Blok diagram kontrol non linier

**dimana :**

$N(X, \omega)$  adalah Fungsi Penggambaran (= Describing Function) dari elemen nonlinier Fungsi Penggambaran tersebut tergantung pada amplitudo signal masukan sinusoidal ke elemen nonlinier tersebut, dan tergantung juga  $s = j\omega$ , yang berarti juga tergantung pada  $\omega$ . Dari blok diagram di atas, persamaan karakteristik sistem adalah :

$$1 + N(X, \omega) G(j\omega) H(j\omega) = 0$$

$$\text{Jadi : } G(j\omega)H(j\omega) = -\frac{1}{N(X, \omega)}$$

disini  $N(X, \omega)$  adalah describing-function dari elemen ketidaklinieran  
 Dibandingkan dengan sistim kontrol linier, maka titik  $(-1 + j0)$  pada sistem linier

diganti dengan kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$  **untuk sistem nonlinier.**

Dengan demikian **kriteria kestabilan Nyquist** untuk Sistem Kontrol Nonlinier adalah sebagai berikut :

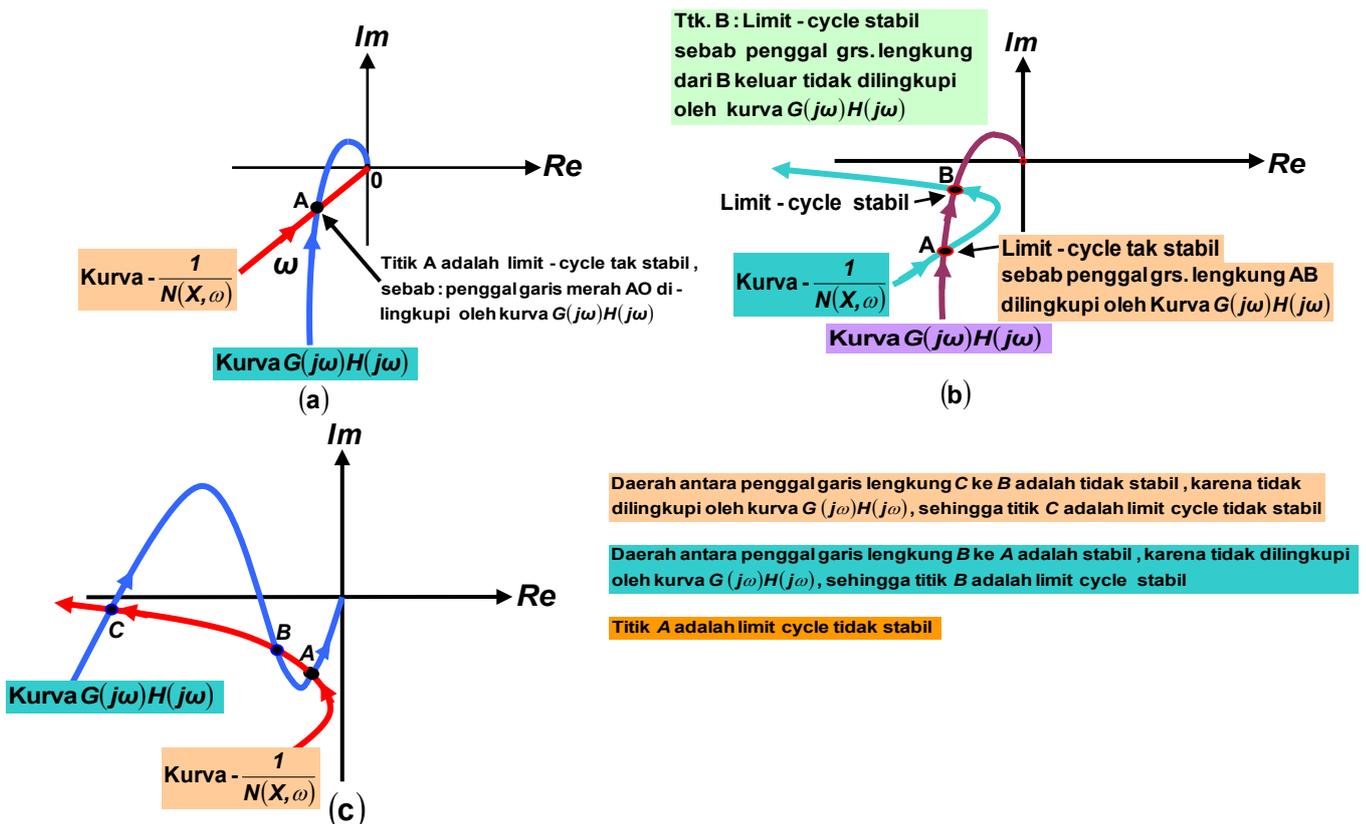
Bagian kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$  yang dilingkari oleh kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  adalah daerah dimana nilai-nilai amplitudo input ke sistem kontrol nonlinier tersebut menyebabkan **sistem tidak stabil**

Bagian kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$  yang tidak dilingkari oleh kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  adalah daerah dimana nilai-nilai amplitudo input ke sistem kontrol nonlinier tersebut menyebabkan **sistem stabil.**

Nilai amplitudo input dan nilai frekuensi  $\omega$  yang menyebabkan kurva  $G(j\omega)N(j\omega)$  berpotongan dengan kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$ , akan menyebabkan terjadinya limit-cycle, yaitu **osilasi** pada sistem

nonlinier

Berdasarkan gambar-gambar kurva berikut ini :



Gambar 1.11. Kurva kestabilan Ny Quist

Pada kurva (a) terjadi terjadi 1 limit-cycle tak stabil dititik A  
 Hal itu disebabkan pada kondisi ini nilai  $G(j\omega)H(j\omega)_A$  s/d  $G(j\omega)H(j\omega)_0$  sistem tidak stabil, sebab di daerah itu dilingkupi oleh kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$ .

Sistem stabil mulai dari nilai  $\omega = 0$  s/d  $\omega_{\text{pada titik A}}$ .

Pada kurva (b) terjadi 2 buah limit-cycle, dimana yang satu stabil dan lainnya tidak stabil.

Pada keadaan (b) ini, **sistem tidak stabil** antara titik **A = limit-cycle tak stabil** s/d titik

**B = limit-cycle stabil**, atau **sistem stabil** antara  $\omega = 0$  s/d  $\omega_{\text{pada titik B}}$  dan **sistem**

**tak stabil** antara  $\omega_{\text{pada titik A}}$  s/d  $\omega_{\text{pada titik B}}$

Pada kurva (c) terjadi 3 buah limit-cycle, dimana :

**c = limit - cycle tak stabil ; B = limit - cycle stabil ; A = limit - cycle tak stabil**

### Contoh :

Sistem kontrol nonlinier dengan  $G(s) = \frac{15}{s(s^2 + 6s + 10)}$ ;  $H(s) = 1$

a. Carilah frekuensi limit-cycle !

b. Pada nilai amplitudo input  $X$  berapakah sistem dengan blok diagram diatas stabil, dan pada nilai berapakah sistem tak stabil ?

### Jawab :

Dengan **metode Nyquist**,  $G(j\omega)H(j\omega)$  dan  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$  harus dipetakan dibidang kompleks.

Untuk  $N(X) =$  Describing Function dari nonlinieritas on-off =  $\frac{4M}{\pi X} \angle 0^\circ$

$$\text{Maka : } -\frac{1}{N(X, \omega)} = \frac{\pi X}{4M} \angle 180^\circ$$

### Buktinya sebagai berikut :

Jika ada suatu bilangan kompleks  $y = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ , maka :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{y} &= -\frac{1}{a + jb} = \frac{-(a - jb)}{(a + jb)(a - jb)} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{b}{-a}\right)}{a^2 + b^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \angle \left\{ 180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$\text{Jika } y = N(X, \omega) = \frac{4M}{\pi X} \angle 0^\circ \rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{4M}{\pi X}; \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = 0^\circ$$

Karena itu:  $-\frac{1}{N(X, \omega)} = \frac{\pi X}{4M} \angle (180^\circ - 0^\circ) = \frac{\pi X}{4M} \angle 180^\circ$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{15}{j\omega \left\{ (j\omega)^2 + 6j\omega + 10 \right\}} = \frac{15}{-j\omega^3 - 6\omega^2 + j10\omega} = \frac{15}{j\omega(10 - \omega^2) - 6\omega^2}$$

Limit-cycle terjadi jika kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  berpotongan dengan kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$ .

Karena  $-\frac{1}{N(X, \omega)} = \frac{\pi X}{4M} \angle 180^\circ$ , yang berarti sumbu riil negatif ; maka : bagian imajineranya = 0.

Dengan demikian kurva  $G(j\omega)H(j\omega)$  akan berpotongan dengan kurva  $-\frac{1}{N(X, \omega)}$

jika :  $(10 - \omega^2) = 0$

Jadi frekuensi limit-cycle  $f_{LC} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{10} \text{ Hz}$

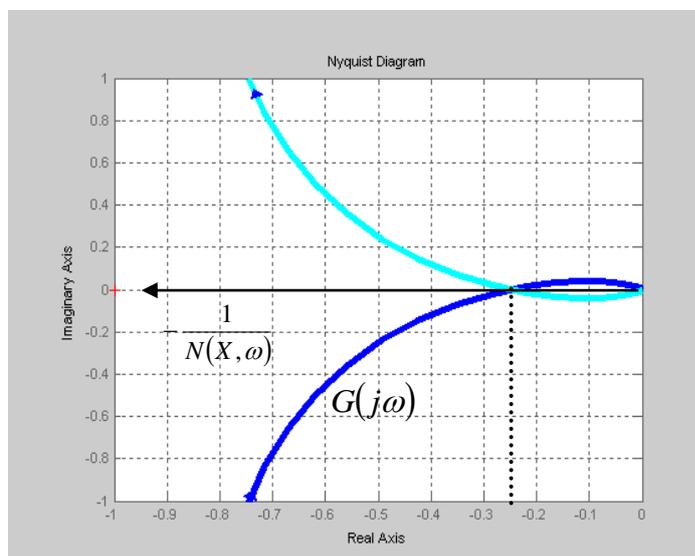
Titik limit-cycle ini terjadi pada  $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{15}{-6\omega^2} \Big|_{\omega=\sqrt{10}} = - (15/60) = 0.25 \angle 180^\circ$

Jika dilukis dengan **Program Matlab** , yang perintahnya sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{15}{s(s^2 + 6s + 10)} = \frac{\text{num}}{\text{den}}$$

>> num= 15;den=[1 6 10 0];nyquist(num,den)

maka didapat peta Nyquist sebagai gambar dihalaman ini :



Gambar 1.12. Penggambaran peta Nyquist ( Program Matlab-nya)

**Sistem stabil jika:**  $-\frac{1}{N(X, \omega)} = -\frac{\pi X}{4M} < -0.25 ;$

**Jadi:**  $X > \frac{4(0.25)}{\pi} M = \frac{M}{\pi} : \text{ sistem stabil}$

**Pada:**  $\frac{M}{\pi} > X > 0$  *sistem tak stabil*

**Pada:**  $X = \frac{M}{\pi}$  terjadi *limit-cycle*, yaitu osilasi secara terus menerus dengan amplitudo yang tetap (osilasi yang terjadi pada sistem nonlinier).

# DAFTAR NILAI

## SEMESTER GENAP REGULER TAHUN 2021/2022

Program Studi : Teknik Elektro S1

Matakuliah : Sistem Kendali Non Linier

Kelas / Peserta : A

Perkuliahan : Kampus ISTN Bumi Srengseng Indah

Dosen : M. Febriansyah, ST. MT.

Abdul Muis, Ir.MT.

Hal. 1/1

No	NIM	N A M A	ABSEN	TUGAS	UTS	UAS	MODEL	PRESENTASI	NA	HURUF
			10%	40%	25%	25%	0%	0%		
1	21220701	Wira Dwicaksana	100	70	75	75	0	0	75.5	A-

Rekapitulasi Nilai							
A	0	B+	0	C+	0	D+	0
A-	1	B	0	C	0	D	0
		B-	0	C-	0	E	0

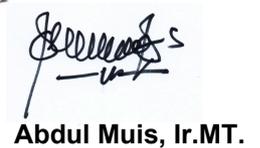
Jakarta, 31 July 2022

Dosen Pengajar



M. Febriansyah, ST. MT.

Dosen Pengajar 2



Abdul Muis, Ir.MT.