

**BIDANG PROSES PENDIDIKAN DAN  
PENGAJARAN :**

**BERITA ACARA PERKULIAHAN**

**Kuliah Tatap Muka**

Periode Semester Genap 2022/2023

MATAKULIAH :

**ANALISA VEKTOR  
KL.A**

**LAMPIRAN BERITA ACARA PERKULIAHAN :**

1. SK.Penugasan Mengajar
2. Presensi Kehadiran Dosen dan Materi Ajar (SAP)
3. Hasil Evaluasi Belajar Mahasiswa (Nilai Akhir)
4. Contoh Hand-out Bahan Ajar



YAYASAN PERGURUAN CIKINI  
INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

Jl. Moh. Kahfi II, Bhumi Srengseng Indah, Jagakarsa, Jakarta Selatan 12640  
Telp. 021-7270090 (hunting), Fax. 021-7866955, hp: 081291030024  
Email : humas@istn.ac.id Website : www.istn.ac.id

**SURAT PENUGASAN TENAGA PENDIDIK**

Nomor : 04 / 03.1 – Gsi/ III/ 2023

SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2022/2023

Nama	: Ir.Harwan Ahyadi.MT	Status Pegawai	: Tetap			
NIK	: 0188779	Program Studi	: Teknik Industri S1			
Jabatan Akademik	: Lektro Kepala					
Bidang	Perincian Kegiatan	Tempat	Jam/ Minggu	Kredit (sks)	Keterangan	
I PENDIDIKAN DAN PENGAJARAN	MENGAJAR DI KELAS (KULIAH/RESPONSI DAN LABORATORIUM)					
	1.Ergonomi & Pernc.Sist.Kerja 2	T.Industri S1	10:00-11:40,Senin	2	A	
	2.Ergonomi & Pernc.Sist.Kerja 2	T.Industri S1	16:00-17:40, Jumat	2	K	
	3.Matematika Optimasi	.Industri S1	13:00-14:40,Rabu	2	A	
	4.Mekanika Teknik	Industri S1	13:00-14:40,Selasa	2	A	
	5.Pengantar Bisnis dan Manajemen	Industri S1	08:00-09:40,Kamis	2	A	
	6.Prenc.tata letak Pbrk.& Fasilitas	Industri S1	10:00-12:40,Selasa	3	A	
	7. Mekanika Teknik	Industri S1	17:00-18:40.Kamis	2	K	
	8.Pernc.dan Pengembangan Produk	Industri S1	17:00-18:40.Kamis	2	K	
	9.Pernc.dan Pengembangan Produk	Industri S1	17:00-18:40.Kamis	2	A	
	10. Analisa Vektor	Mesin S1	08:00-09:40, Kamis	2	A	
	12 Thermodinamika 2	Mesin S1	08:00-09:40,Kamis	2	A	
	13.Analisa Vektor	Mesin S1	17:00-18:40, Sabtu	2	K	
	14.Thermodinamika 2	Mesin S1	19:00-20:40,Jumat	2	K	
	15.Membimbing Tugas Akhir				1	
	16.Menguji Tugas Akhir				1	
	II PENELITIAN	17.Bimbing Kerja Praktek			1	
III PENGABDIAN DAN MASYARAKAT	1.Penulisan Ilmiah			1		
	Memberikan Penyuluhan / Penelitian / Ceramah kepada Masyarakat			1		
IV UNSUR-UNSUR PENUNJANG	1.Berperan serta aktif dalam pertemuan Ilmiah/seminar			1		
Jumlah Total				33		

Kepada yang bersangkutan akan diberikan gaji/honorarium sesuai dengan peraturan penggajian yang berlaku di Institut Sains dan Teknologi Sains dan Teknologi Nasional Penugasan ini berlaku tanggal 01 Maret 2023 sampai dengan 31 Agustus 2023.

**Tembusan :**

- 1.Direktur Akademik - ISTN
- 2.Direktur Non Akademik - ISTN
- 3.Ka. Biro Sumber Daya Manusia - ISTN
- 4.Kepala Program Studi Fak. ....
- 5.Arsip











3



**BERITA ACARA PERKULIAHAN**  
 (PRESENTASI KEHADIRAN DOSEN E-LEARNING)  
 SEMESTER GENAP TAHUN AKADEMIK 2022/2023  
 PROGRAM STUDI TEKNIK MESIN S.1 & D.III –ISTN









Mata Kuliah : ANALISA VEKTOR	Semester :
Dosen : Ir.HARWAN AHYADI,.MT	SKS : 2
Hari : Sabtu	Kelas : K
Jam : 17.00-18.40	Ruang :

No.	TANGGAL	MATERI KULIAH	JML MHS HADIR	TANDA TANGAN DOSEN
1.	01-04-2023	<u>Pertemuan 1 : Kuliah ini</u> mempelajari tentang Vektor, Turunan vector, integrasi vector, divergensi ,del, dll Pembelajaran Semester, Pola Evaluasi, Konponen-konponen Evaluasi Hasil Belajar	8	
2.	08-4-2023	<u>Pertemuan 2 : Modul 2 : Vektor</u> Materi ini menjelaskan Vektor dan scalar ,penumlahan dan pengurangan vector, vector dalam kwadran	8	
3	15-0402023	Pertemuan 3: Perkalian vector, perkalian scalar	8	
4	29-04-2023	<i>Pertemuan 4: Turunan Vektor</i>	8	
5	06-05-2023	QUIZ	8	
6	13-05-2023	<i>Pertemuan 5: Del.Devergensi,curl</i>	8	
7	20-05-2023	<i>Resume Mateeri Kuliah</i>	8	
8	27-05-2023	<b>UTS</b>	8	

DOSEN PENGAJAR



(Ir.Harwan Ahyadi,MT)

No.	TANGGAL	MATERI KULIAH	JML MHS HADIR	TANDA TANGAN DOSEN
9	01-04-2023	Revie materi vektor	8	
10	08-4-2023	Differensiasi vektor	8	
11	15-0402023	Integral lanjutan	8	
12	29-04-2023	<i>Integral luas</i>	8	
13	06-05-2023	Integral rangkap	8	
14	13-05-2023	<b>Titik pusat</b>	8	
15	20-05-2023	<i>Resume Mateeri Kuliah</i>	8	
16	27-05-2023	<b>UAS</b>	8	

DOSEN PENGAJAR



(Ir. Harwan Ahyadi, MT)

# DAFTAR NILAI

## SEMESTER GENAP REGULER TAHUN 2022/2023

Program Studi : Teknik Mesin S1

Matakuliah : Analisa Vektor

Kelas / Peserta : K

Perkuliahan : Kampus ISTN Bumi Srengseng P2K - Kelas

Dosen : Harwan Achyadi, Ir.MT.

Hal. 1/1

No	NIM	N A M A	ABSEN	TUGAS	UTS	UAS	MODEL	PRESENTASI	NA	HURUF
			10%	0%	30%	40%	10%	10%		
1	21214701	Zefania Tiominar	100	0	80	0	0	0	0	
2	21214705	Raven Rullyapatra Nasution	100	0	80	0	0	0	0	
3	22214001	Mohamad Iqbal	100	0	56	0	0	0	0	
4	22214002	Ziad Ali Pasha Ramadhan	100	0	0	0	0	0	0	
5	22214701	Gilang Kurnia	100	0	80	0	0	0	0	
6	22214702	Evans Budyprakoso	100	0	70	0	0	0	0	
7	22214704	Biher Halomoan Sinaga	100	0	85	0	0	0	0	
8	22214705	Yuda Previo Saputra	100	0	85	0	0	0	0	

Rekapitulasi Nilai							
A	0	B+	0	C+	0	D+	0
A-	0	B	0	C	0	D	0
		B-	0	C-	0	E	0

Jakarta, 20 July 2023

Dosen Pengajar



Harwan Achyadi, Ir.MT.

**DAFTAR NILAI**  
**SEMESTER GENAP REGULER TAHUN 2022/2023**

Program Studi : Teknik Mesin S1  
Matakuliah : Analisa Vektor  
Kelas / Peserta : K  
Perkuliahan : Kampus ISTN Bumi Srengseng P2K - Kelas  
Dosen : Harwan Achyadi, Ir.MT.  
Bambang Setiadi,ST.MT

Hal. 1/1

No	NIM	N A M A	ABSEN	TUGAS	UTS	UAS	MODEL	PRESENTASI	NA	HURUF
			10%	20%	30%	40%	0%	0%		
1	21214701	Zefania Tiominar	100	70	80	75	0	0	78	A-
2	21214705	Raven Rullyapatra Nasution	100	70	80	75	0	0	78	A-
3	22214001	Mohamad Iqbal	100	0	56	0	0	0	0	
4	22214002	Ziad Ali Pasha Ramadhan	100	0	0	0	0	0	0	
5	22214701	Gilang Kurnia	100	70	80	70	0	0	76	A-
6	22214702	Evans Budyprakoso	100	70	70	70	0	0	73	B+
7	22214704	Biher Halomoan Sinaga	100	0	85	0	0	0	0	
8	22214705	Yuda Previo Saputra	100	70	85	85	0	0	83.5	A

Rekapitulasi Nilai							
A	1	B+	1	C+	0	D+	0
A-	3	B	0	C	0	D	0
		B-	0	C-	0	E	0

Jakarta, 2 August 2023

Dosen Pengajar

**Harwan Achyadi, Ir.MT.**

Modul Ke :

# 01

Fakultas :

**TEKNIK**

Program Studi :

**TEKNIK MESIN**

## PENDAHULUAN VEKTOR



**HARWAN AHYADI**

# Tujuan Instruksional

2

Tujuan:

Agar mahasiswa dapat memahami pengertian vektor, turunan vektor, integral vektor, integral garis, bilangan kompleks dan aplikasinya



# Materi:

3

1. BAB I VEKTOR dan SKALAR
  2. BAB II.HASIL KALI TITIK dan SILANG
  3. BAB III DIFERENSIASI VEKTOR
  4. BAB IV GRADIEN, DIVERGENSI dan CURL
  5. BAB V INTEGRAL KALKULUS dari VEKTOR
- BAB VI BILANGAN KOMPLEKS

# VEKTOR dan SKALAR

4

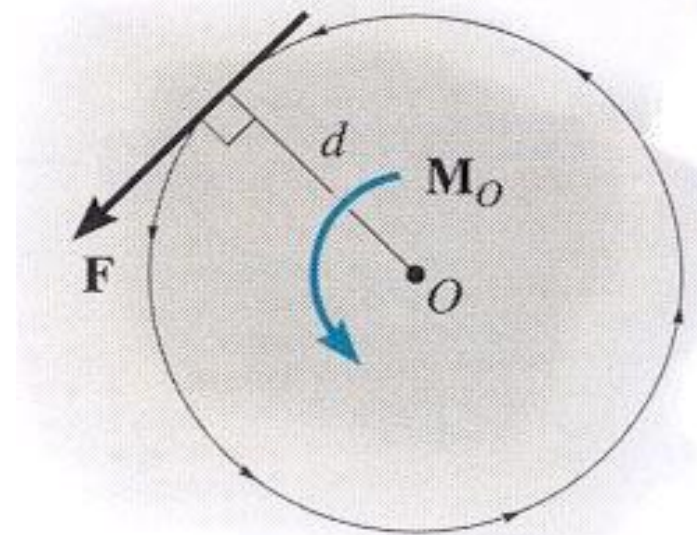
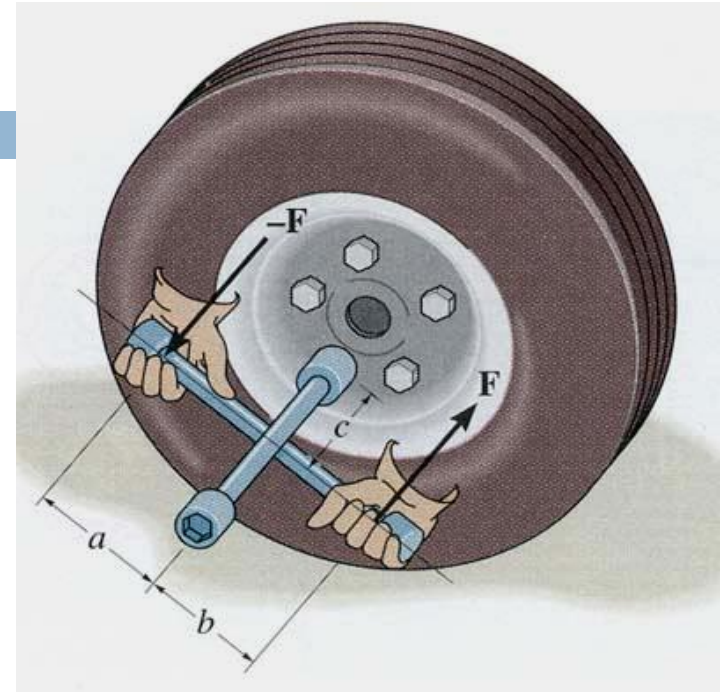
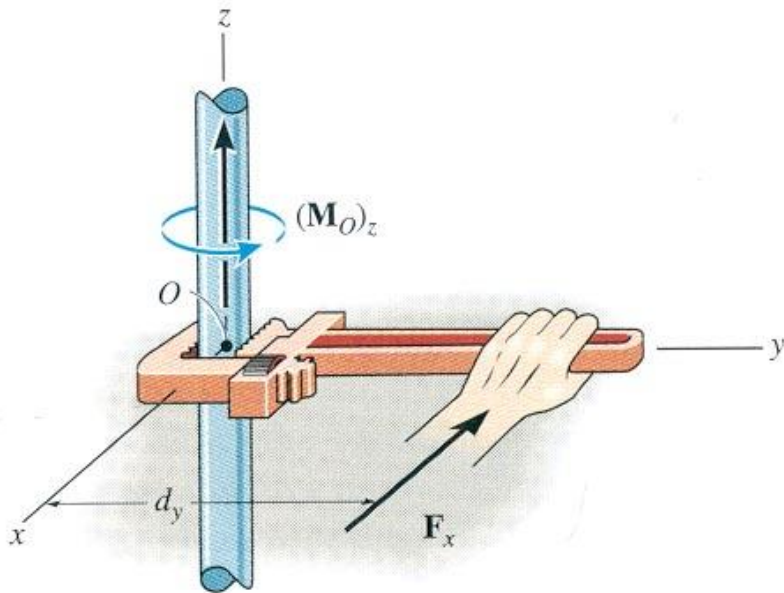
## Vektor

Adalah besaran yang mempunyai nilai dan arah.  
Contoh : perpindahan, kecepatan, gaya dan percepatan.

**Secara grafis**, vektor digambarkan oleh sebuah anak panah yang mendefinisikan arah sedangkan besarnya (nilainya) dinyatakan oleh panjang anak panah. Pada gambar ujung pangkal (O) dari anak panah disebut titik asal (pangkal) vektor, dan ujung lainnya (P) disebut titik terminal (terminus).

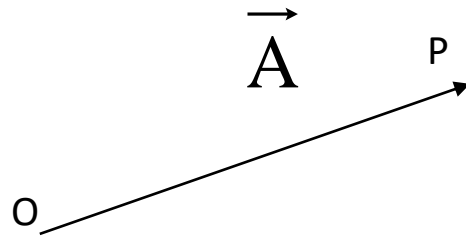
# CONTOH

5



# Analitis

6



- **Secara analitis**, vektor dilambangkan oleh sebuah huruf dengan anak panah di atasnya ( $\vec{\quad}$ ), dan besarnya dinyatakan oleh  $|\quad|$  atau  $\mathbf{A}$ . Vektor  $OP$  juga dinyatakan sebagai  $\vec{OP}$  atau  $\mathbf{OP}$ , dan besarnya dinyatakan dengan  $|\vec{OP}|$  atau  $|\mathbf{OP}|$ .
-

# skalar

7

## **Skalar**

Adalah besaran yang mempunyai harga (nilai) tetapi tidak mempunyai arah. Contoh : massa, panjang , waktu, suhu dan sembarang bilangan riil. Skalar dinyatakan oleh huruf-huruf biasa.

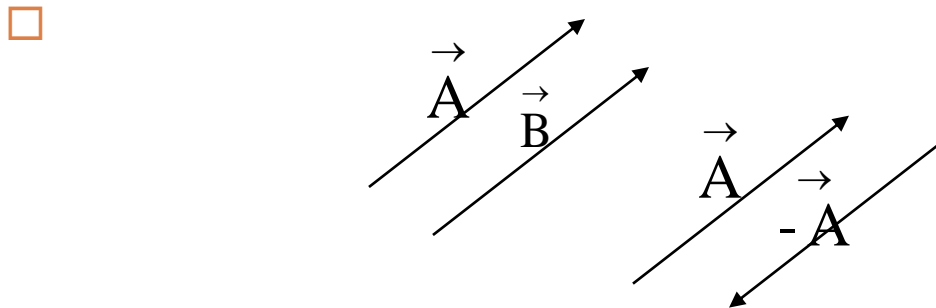
## **Aljabar Vektor**

Operasi-operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian yang terdapat dalam aljabar dari bilangan-bilangan atau skalar-skalar.

# Definisi-Definisi Dasar

8

- Dua buah vektor  $\vec{A}$  dan  $\vec{B}$  sama jika memiliki besar dan arah yang sama tanpa memandang kedudukan titik-titik awalnya. Jadi  $\vec{A} = \vec{B}$
- Sebuah vektor yang arahnya berlawanan dengan vektor  $\vec{A}$  tetapi mempunyai besar yang sama dinyatakan oleh  $-\vec{A}$



- *Selisih* dari vektor-vektor  $\vec{A}$  dan  $\vec{B}$  dinyatakan oleh  $\vec{A} - \vec{B}$ . Secara ekuivalen  $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$
- Jika  $\vec{A} = \vec{B}$  **maka**  $\vec{A} - \vec{B}$  didefinisikan *vektor nol* (0) atau *vektor kosong*.
- *Hasil kali* sebuah vektor dengan sebuah skalar  $m$  adalah vektor  $m$  yang besarnya  $m$  kali besarnya, dan memiliki arah yang sama atau berlawanan dengan .

# Hukum Aljabar Vektor

10

Jika  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  dan  $\vec{C}$  adalah vektor-vektor dan  $m$ ,  $n$  skalar-skalar, maka :

$$1. \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}. \Rightarrow (\text{komutatif})$$

$$2. \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{B} + \vec{A}) + \vec{C}. \Rightarrow (\text{Assosiatif})$$

$$3. m\vec{A} = \vec{A}m \Rightarrow (\text{komutatif})$$

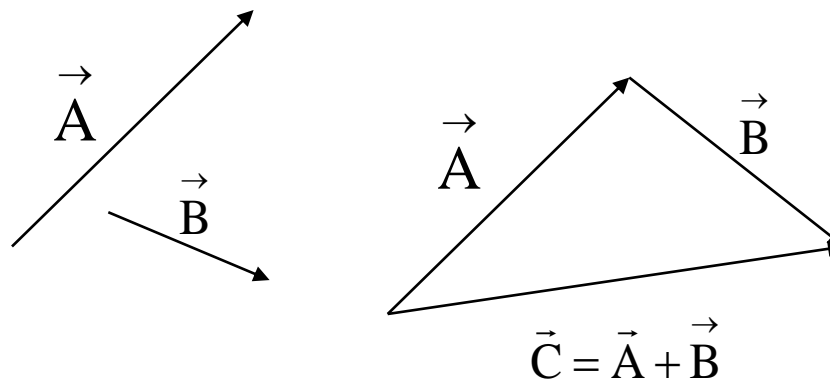
$$4. m(n\vec{A}) = (mn)\vec{A} \Rightarrow (\text{Asosiatif})$$

$$5. (m + n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A}. \Rightarrow (\text{distributif})$$

$$6. m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B} \Rightarrow (\text{distributif})$$



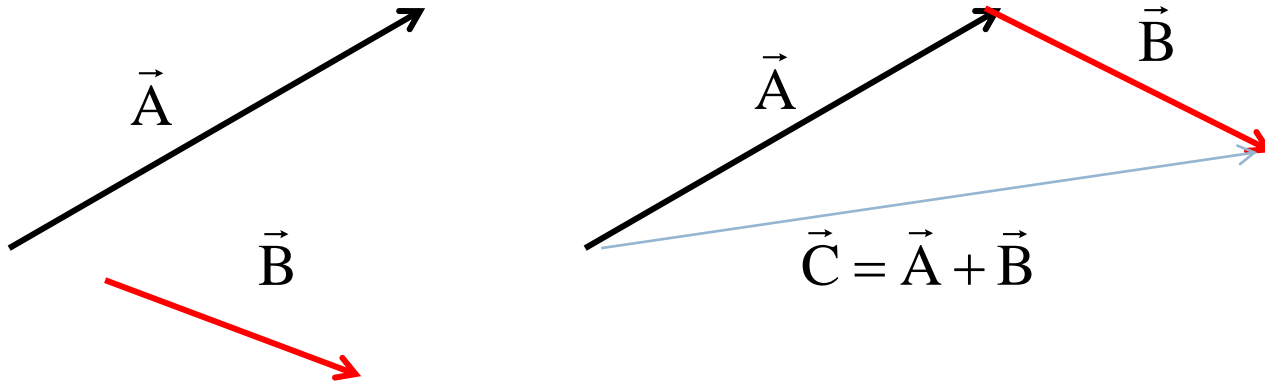
- *Jumlah* atau *resultan* dari vektor-vektor dan dinyatakan oleh vektor , yang dibentuk dengan menghubungkan titik awal dari pada titik terminal dari .



# Resultan

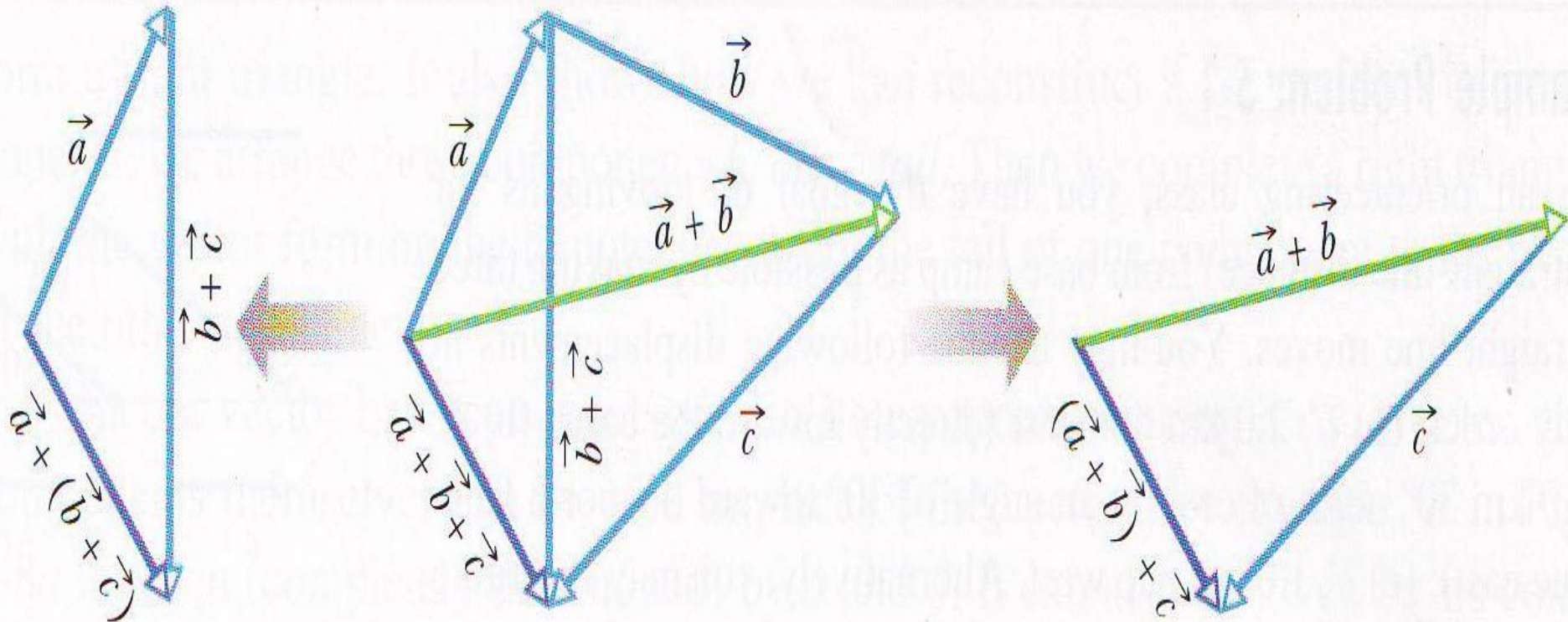
12

Jumlah atau *resultan* dari vektor-vektor  $\vec{A}$  dan  $\vec{B}$  dinyatakan oleh vektor  $\vec{C}$ , yang dibentuk dengan menghubungkan titik awal dari  $\vec{B}$  pada titik terminal dari  $\vec{A}$ .



Asosiatif :

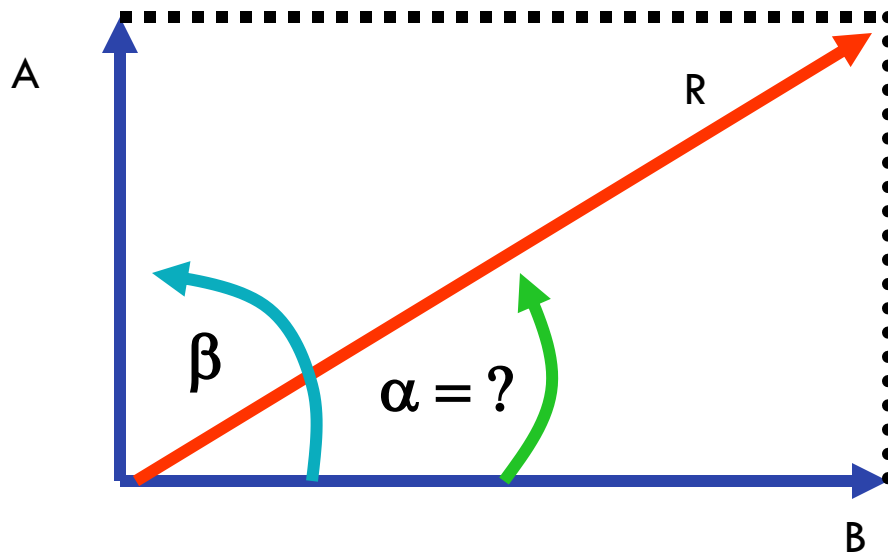
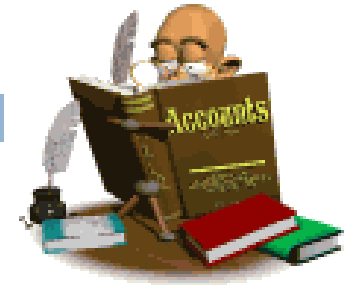
$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$



$$\vec{A} = 3 \text{ satuan}$$

$$\vec{B} = 4 \text{ satuan}$$

Berapa besar dan arah Resultan dari dua vektor



$$|R| = \sqrt{\vec{A}^2 + \vec{B}^2 + 2\vec{A}\vec{B} \cos \beta}$$

$$|R| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 (\cos 90^\circ)}$$

$$|R| = 5 \text{ Satuan}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\alpha = \text{arc.tg } 0,75$$

$$\alpha = 37^\circ$$

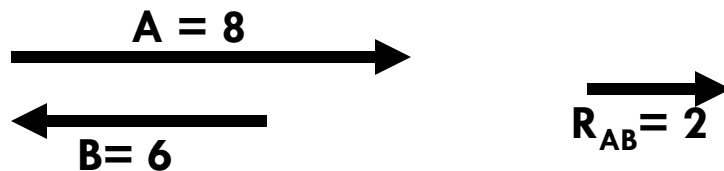
# Penjumlahan vektor

15

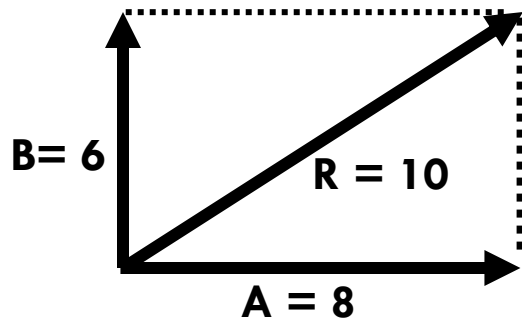
- Jika dua buah vektor atau lebih searah, maka resultan vektornya dijumlahkan.



- Jika dua buah vektor atau lebih berlawanan arah, maka resultan vektornya dikurangkan.

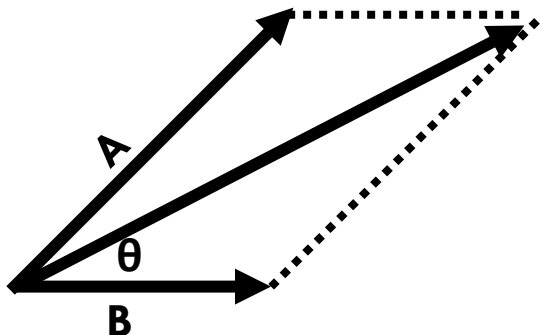


- Jika dua buah vektor atau lebih saling tegak lurus, maka resultan vektornya dijumlahkan dengan aturan pythagoras.



$$\begin{aligned} R &= \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

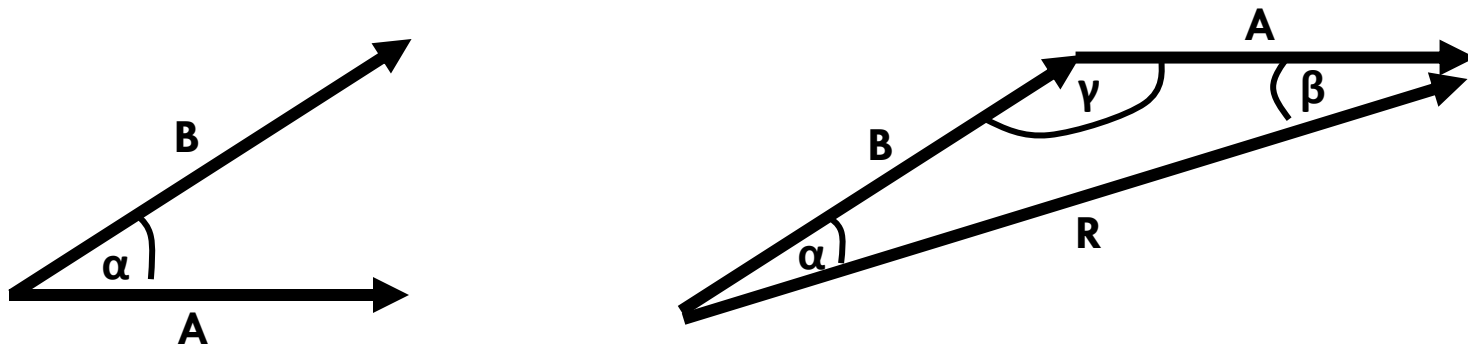
- Jika dua buah vektor atau lebih saling membentuk sudut tertentu ( $\theta \neq 90^\circ$ ), maka resultan vektornya dijumlahkan dengan aturan.
  - a. Jajaran Genjang (aturan cosinus).



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

b. Segitiga (aturan sinus).

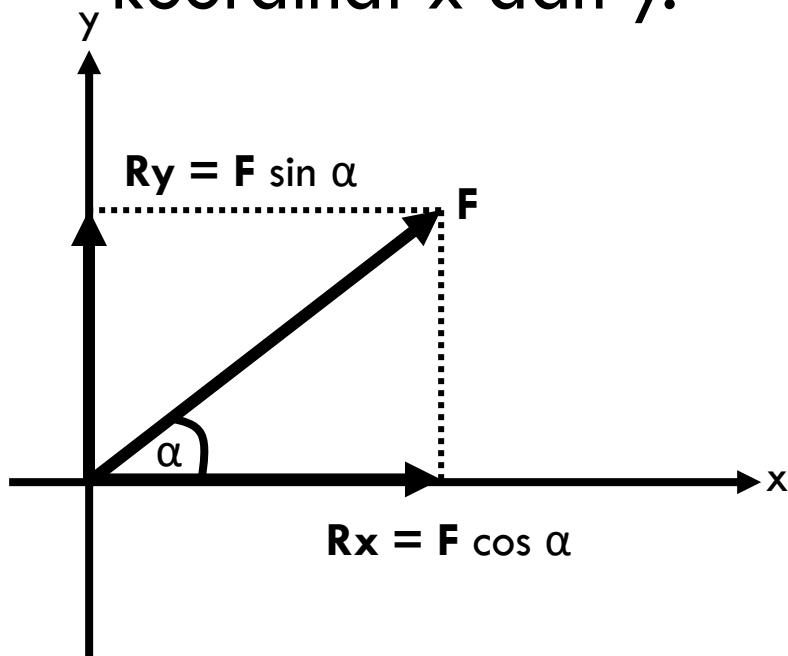
Aturan metode segitiga adalah dengan cara menggeser salah satu vektor ke ujung vektor lainnya, kemudian menarik titik tangkap resultan vektornya.



$$\frac{R}{\sin \gamma} = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta}$$

### c. Sumbu koordinat

Aturan sumbu koordinat adalah dengan cara menguraikan vektor-vektor terhadap sumbu koordinat x dan y.



Catatan :

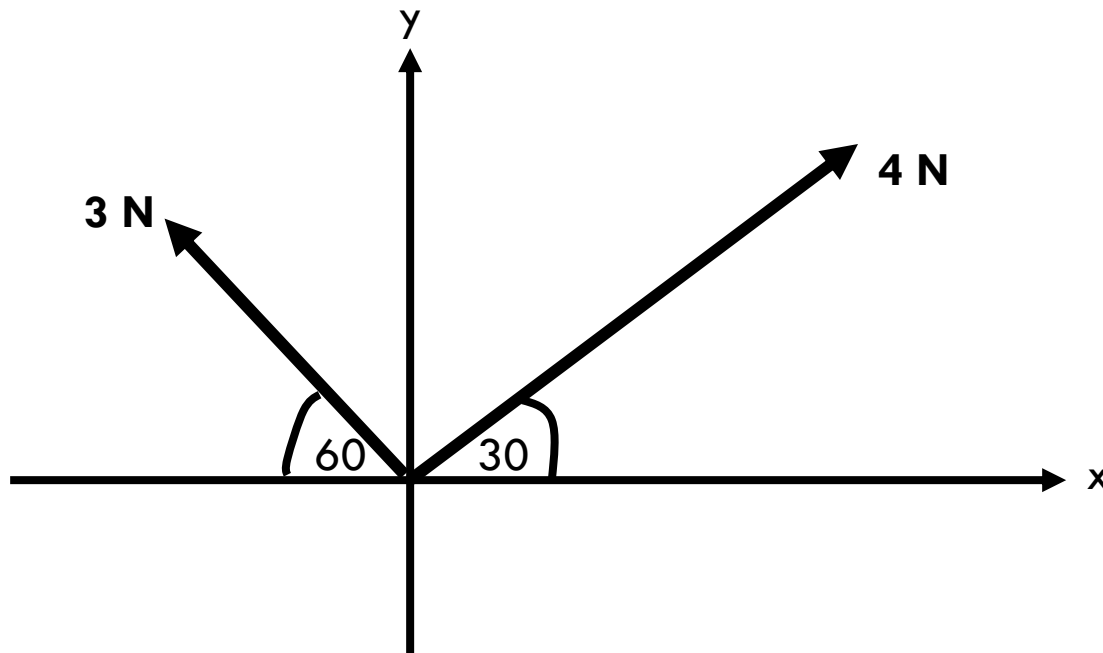
- Setelah semua vektor diproyeksikan terhadap sumbu x dan y, maka cari resultan vektor terhadap sumbu x dan y.
- Gunakan aturan pythagoras untuk menentukan resultan vektor akhir



# Soal 1 :

19

Tentukan resultan vektor pada gambar di bawah dengan menggunakan metode jajaran genjang dan metode sumbu koordinat ?

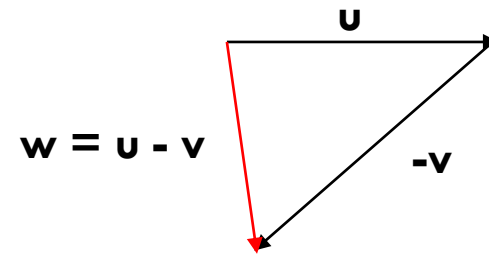
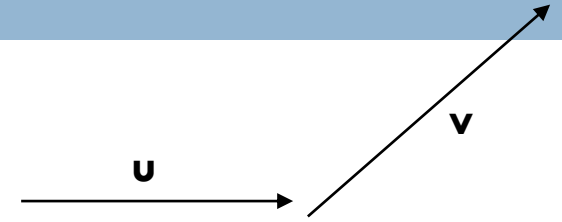


Jawaban : 5 N

# Pengurangan Vektor

- Selisih dua vektor  $\mathbf{u}$  dan  $\mathbf{v}$  ditulis  $\mathbf{u} - \mathbf{v}$  didefinisikan  $\mathbf{u} + (-\mathbf{v})$
- Dalam bentuk pasangan bilangan

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ dan } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - c \\ b - d \end{pmatrix}$$



# Vektor Satuan

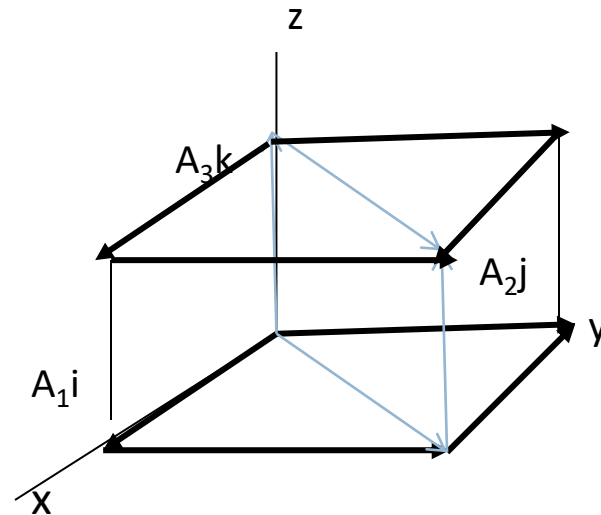
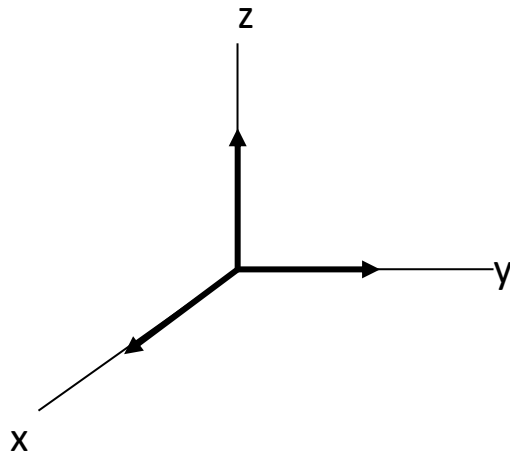
21

- Adalah sebuah vektor yang besarnya **satu**. Jika  $\vec{A}$  adalah sebuah vektor yang besarnya  $\neq 0$ , maka  $\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$  adalah sebuah vektor satuan yang arahnya sama dengan  $\vec{A}$ .

# Vektor-Vektor Satuan Tegak Lurus $\vec{i}$ , $\vec{j}$ , $\vec{k}$

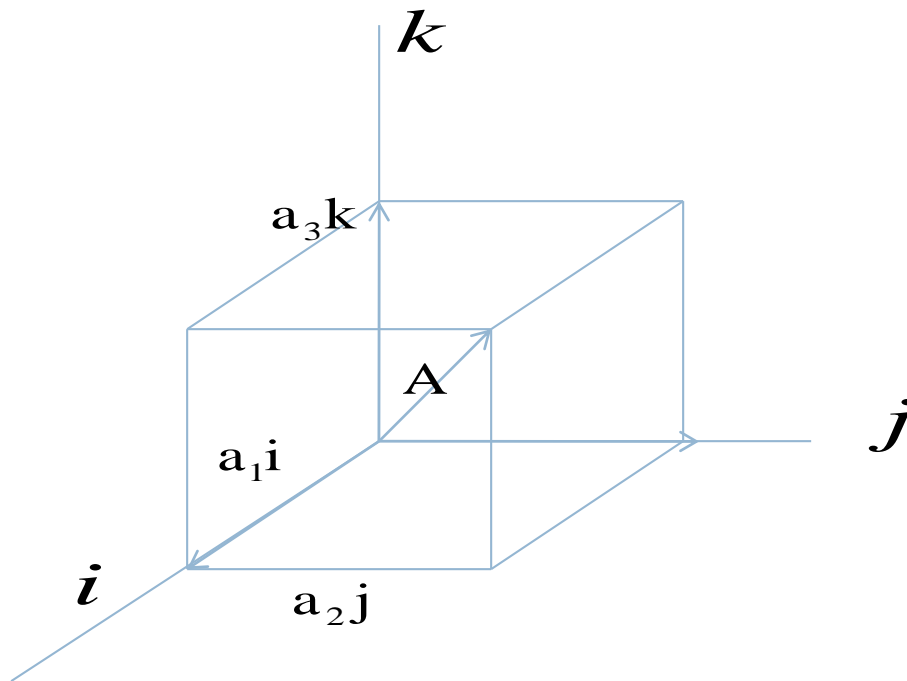
22

- Himpunan vektor-vektor satuan arahnya menurut sumbu-sumbu  $x$ ,  $y$  dan  $z$  positif dari sistem koordinat tegak lurus ruang tiga dimensi. Masing-masing dinyatakan oleh  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  dan  $\vec{k}$



# Komponen sebuah vektor

23



$$\vec{A} = \vec{A}_1 \mathbf{i} + \vec{A}_2 \mathbf{j} + \vec{A}_3 \mathbf{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$$

# Vektor Basis

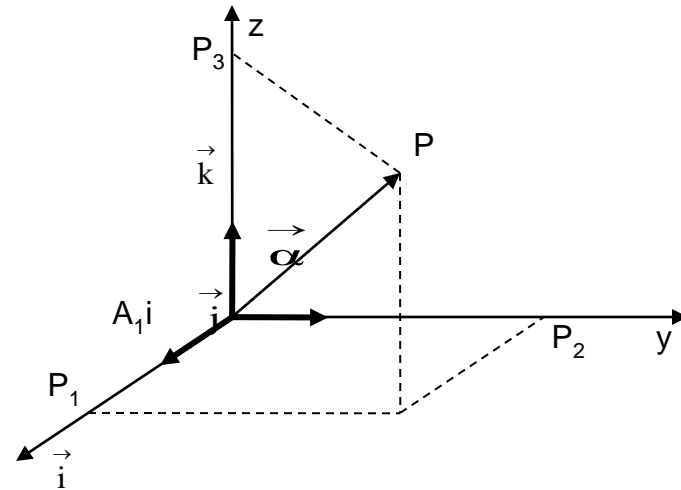
24

- Suatu sistem koordinat tegak lurus  $Oxyz$  dalam ruang dan  $P_1, P_2, P_3$  adalah titik-titik dengan koordinat masing-masing  $P_1(x, 0, 0), P_2(0, y, 0), P_3(0, 0, z)$ , vektor  $\vec{i}, \vec{j}$  dan  $\vec{k}$  didefinisikan sebagai berikut.

$$\vec{i} \bullet \vec{i} = \vec{j} \bullet \vec{j} = \vec{k} \bullet \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \bullet \vec{j} = \vec{j} \bullet \vec{k} = \vec{k} \bullet \vec{i} = 0$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  tidak sebidang Triple  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$   
akan disebut kumpulan vektor basis



# Besar Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan

25

## *Penjumlahan*

$$\text{Jika } u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ dan } v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$u + v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

$$|u + v| = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$$

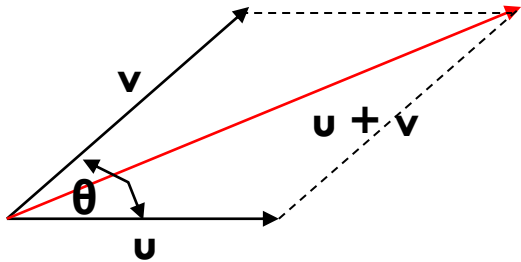
## *Pengurangan*

$$\text{Jika } u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ dan } v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

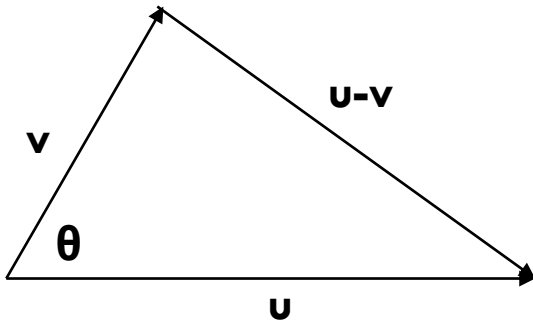
$$u - v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - c \\ b - d \end{pmatrix}$$

$$|u - v| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$$

# Menghitung Besar Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan



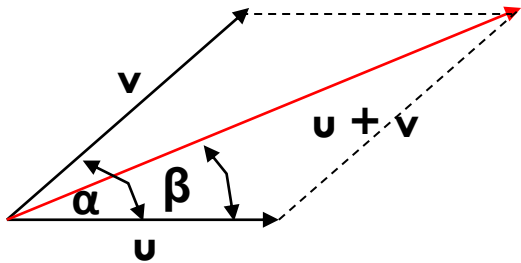
$$|u + v| = \sqrt{|u|^2 + |v|^2 + 2|u||v|\cos\theta}$$



$$|u - v| = \sqrt{|u|^2 + |v|^2 - 2|u||v|\cos\theta}$$

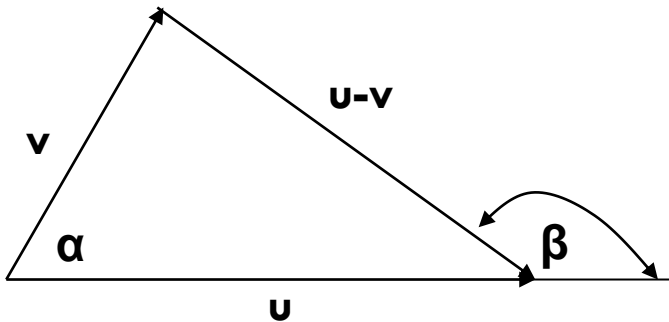


# Menentukan Arah Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan



$$\frac{|u+v|}{\sin \alpha} = \frac{|u|}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{|v|}{\sin \beta}$$

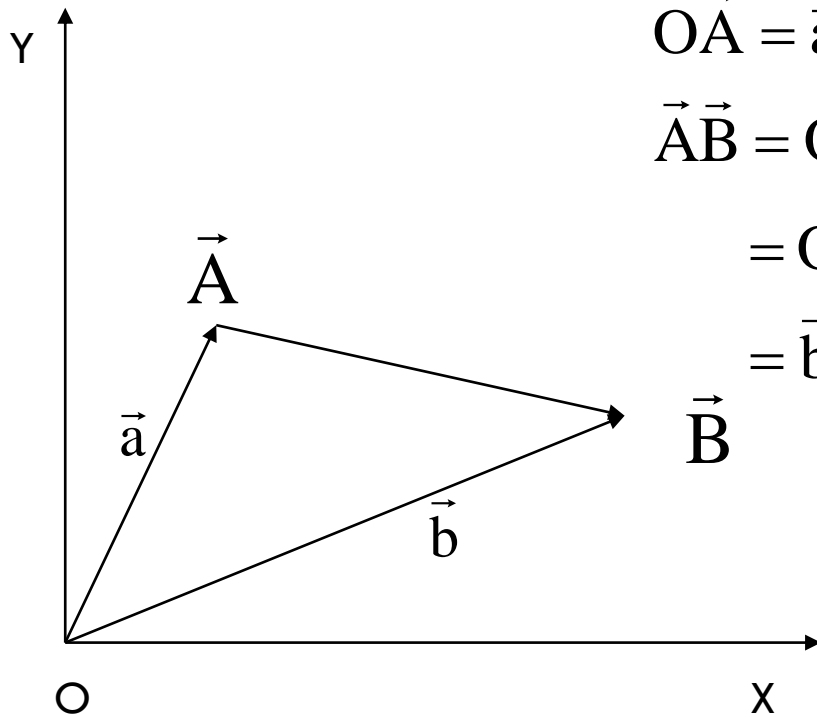
$\beta$  : arah vektor hasil penjumlahan



$$\frac{|u-v|}{\sin \alpha} = \frac{|u|}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{|v|}{\sin \beta}$$

$\beta$  : arah vektor hasil pengurangan

# Vektor Posisi



$O\vec{A} = \vec{a}$ , dan  $O\vec{B} = \vec{b}$ , adalah vektor posisi

$$\vec{AB} = O\vec{A} + O\vec{B}$$

$$= O\vec{B} - O\vec{A}$$

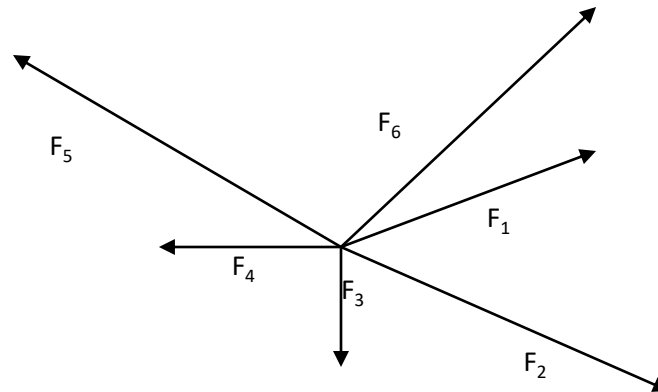
$$= \vec{b} - \vec{a}$$

# soal

29

- Nyatakan skalar atau vektor ?
  - berat            - panas jenis            - kerapatan            - volume - kecepatan
  - Kalori            - momentum            - energi - jarak            -intensitas
  - medan
  
- Magnet
  
- Gambarkan secara grafis
  - Sebuah gaya 10 N yang arahnya  $30^{\circ}$  di sebelah Utara dari Timur
  - Sebuah gaya 15 N yang arahnya  $30^{\circ}$  di sebelah Timur dari Utara
  
- Sebuah mobil bergerak ke arah Utara sejauh 3 km, kemudian 5 km ke arah Timur Laut. Gambarkan perpindahan ini secara grafis dan tentukan vektor perpindahan resultannya :
  - Secara grafis
  - Secara Analitis

- Carilah jumlah atau resultan perpindahan-perpindahan berikut : A 10 m Barat Laut; B 20 m  $30^\circ$  di sebelah Utara dari Timur, C 35 m ke Selatan.
- Gaya-gaya  $F_1, F_2, \dots, F_6$  bekerja pada obyek P. Gaya apakah yang diperlukan untuk mencegah P bergerak ?



# Soal-soal

31

□ Diketahui vektor-vektor

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \text{ dan } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix},$$

Hitung : a).  $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ ., b).  $\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ , c).  $-3\mathbf{u} - \mathbf{w}$ , d).  $\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w}$ ,  
e).  $2\mathbf{v} - (\mathbf{u} + \mathbf{w})$ , f).  $4\mathbf{w} - (\mathbf{u} - \mathbf{v})$