



# **Diktat Pemodelan dan Simulasi Monte Carlo**

Disusun oleh : Taufik Hidayat, ST,MT

Program Studi Teknik Elektro S1 & D3

Fakultas Teknologi Industri

INSTITUT SAINS DAN TEKNOLOGI NASIONAL

# Teori Inventori

- *Inventory* merupakan pengumpulan atau penyimpanan komoditas yang akan digunakan untuk memenuhi permintaan dari waktu ke waktu.
- Bentuk persediaan bisa berupa bahan mentah, komponen (*spare part*), barang setengah jadi, ataupun barang jadi.
- Tujuan utama manajemen persediaan adalah meminimumkan total biaya operasi perusahaan. Hal ini berkaitan dengan :
  - Berapa jumlah komoditas yang harus dipesan
  - Kapan pemesanan itu harus dilakukan

# Komponen-Komponen Model Inventori

- ***Ordering Cost* dan *Procurement Cost***

Biaya ini berkaitan dengan biaya pesan, pengangkutan, penempatan di gudang dan biaya lain yang berhubungan dengan pemesanan komoditas (baik dibeli atau diproduksi). Ada dua total biaya pemesanan :

- *Ordering Cost*, merupakan biaya pemesanan yang bersifat tetap (*fixed*) – yaitu tidak tergantung pada jumlah barang yang dipesan.
- *Procurement Cost*, merupakan biaya pemesanan yang bersifat berubah-ubah dan bergantung pada jumlah barang yang dipesan.

## ● ***Holding Cost / Carrying Cost***

Biaya ini timbul karena perusahaan menyimpan persediaan. Sebagian besar merupakan biaya penyimpanan fisik, pajak, dan asuransi.

## ● ***Shortage Cost***

Biaya ini terjadi bila ada permintaan terhadap barang yang kebetulan sedang tidak tersedia (stok habis). Untuk barang tertentu yang kebutuhannya tidak mendesak, maka pelanggan mungkin diminta untuk menunggu (*back order*). Tetapi untuk barang yang sifatnya mendesak (kebutuhan sehari-hari) maka pelanggan tidak akan menunggu karena mereka akan segera mencari penggantinya di tempat lain, sehingga perusahaan akan kehilangan pelanggan.

# Model Inventori

- Model inventori matematis digunakan untuk menggambarkan perilaku sistem inventori
- Terdapat 2 kategori :
  1. Model Deterministik → *Economic Order Quantity*
  2. Model Stokastik → parameternya tidak diketahui dengan pasti (berupa nilai acak)
- Terminologi permintaan terhadap suatu komoditas dalam inventori merupakan jumlah komoditas yang harus diambil untuk digunakan (misal untuk dijual) selama suatu periode tertentu.

# ***Economic Order Quantity (EOQ)***

- Model *Economic Order Quantity*  $\approx$  Model *Economic Lot-Size*
- Tingkat inventori berkurang seiring dengan waktu dan diisi kembali pada saat kedatangan komoditas baru.
- Jumlah komoditas diasumsikan diambil dari level inventori yang dicatat secara kontinu pada laju konstan
- Terdapat beberapa model :
  - Model EOQ Klasik (Model EOQ Dasar)
  - Model EOQ *Back Order*
  - Model EOQ *Fixed Production Rate*
  - Model EOQ *Quantity Discount*

# Model EOQ Klasik

- Asumsi dasar :
  - Barang yang dipesan dan disimpan adalah barang yang homogen
  - Permintaan per periode diketahui dan konstan
  - Ordering cost : konstan
  - Holding cost berdasarkan rata-rata persediaan
  - Harga per unit barang : konstan
  - Barang yang dipesan segera tersedia (tidak diijinkan *back order*)

● Parameter yang digunakan :

$k$  = *ordering cost* per pemesanan

$A$  = jumlah barang yang dibutuhkan dalam 1 periode (misal 1 tahun)

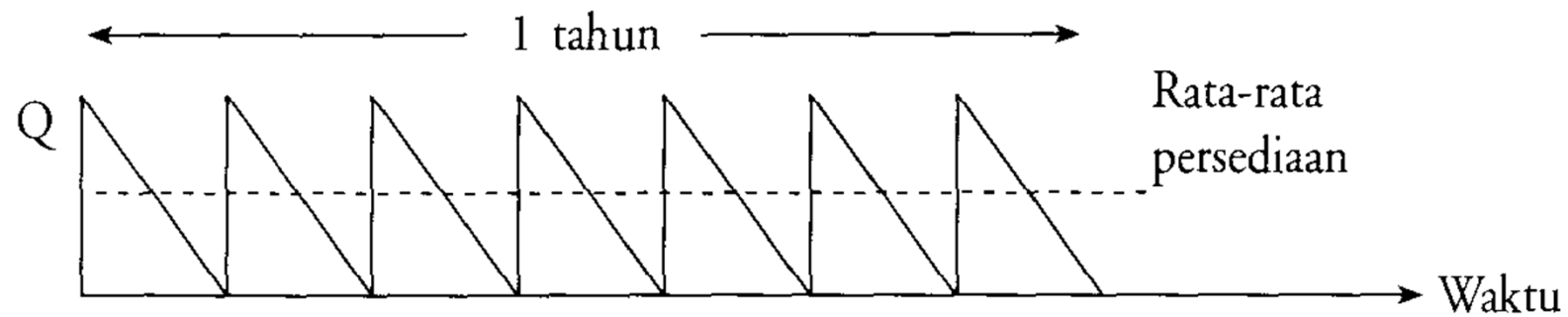
$c$  = *procurement cost* per unit barang yang dipesan

$h$  = *holding cost* per unit nilai persediaan

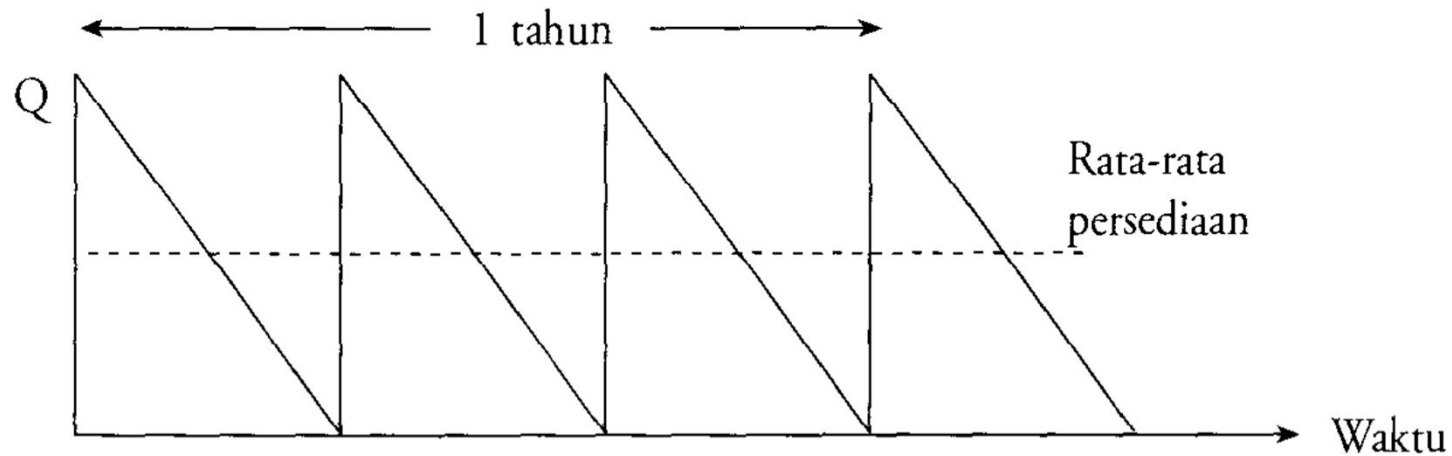
$T$  = waktu antara pemesanan

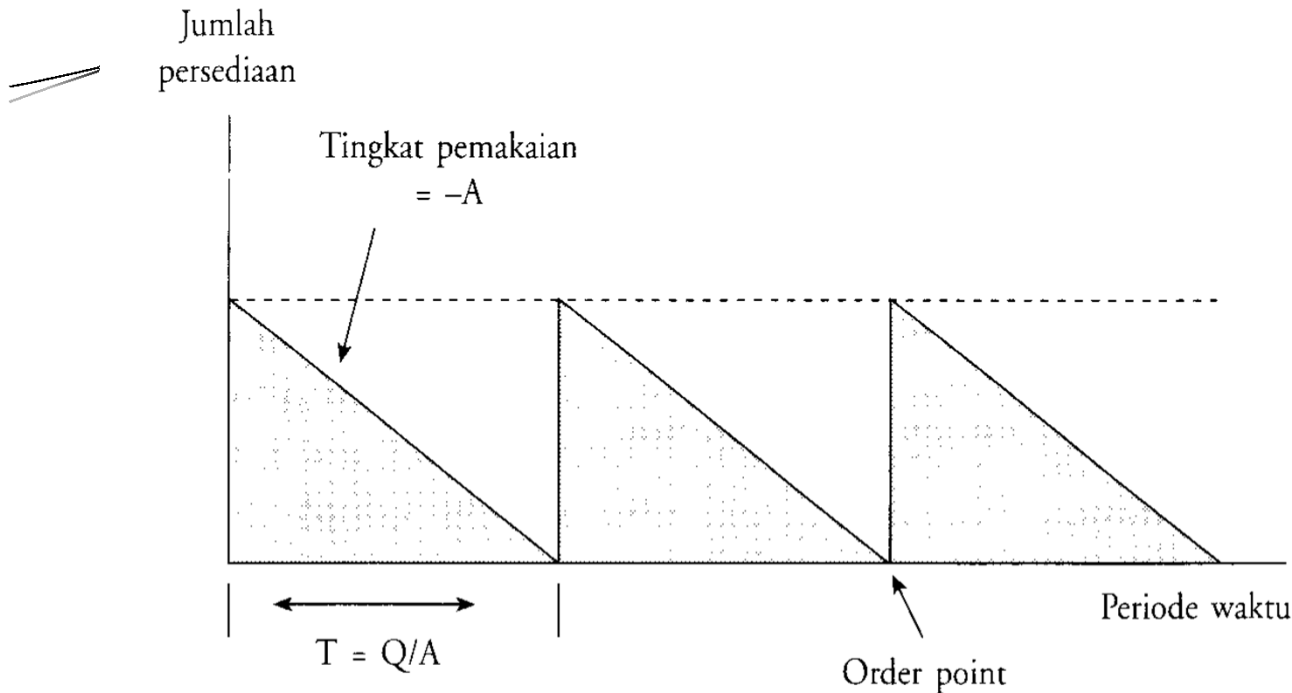


## Frekuensi pemesanan sering dilakukan



## Frekuensi pemesanan jarang dilakukan





$$T = \frac{Q}{A}$$

- $Q \rightarrow$  jumlah barang yang dipesan secara periodik.
- *Order point*  $\rightarrow$  saat dimana siklus persediaan (*inventory cycle*) yang baru dimulai dan yang lama berakhir.
- Setiap siklus persediaan mempunyai periode  $T$  ( artinya setiap  $T$  satuan waktu pemesanan kembali dilakukan dan ini tergantung pada  $Q$ ).

$$\text{Frekuensi pemesanan} = \frac{A}{Q}$$

$$\text{Rata-rata persediaan} = \frac{Q}{2}$$

$$\text{Annual ordering cost} = \left(\frac{A}{Q}\right) k$$

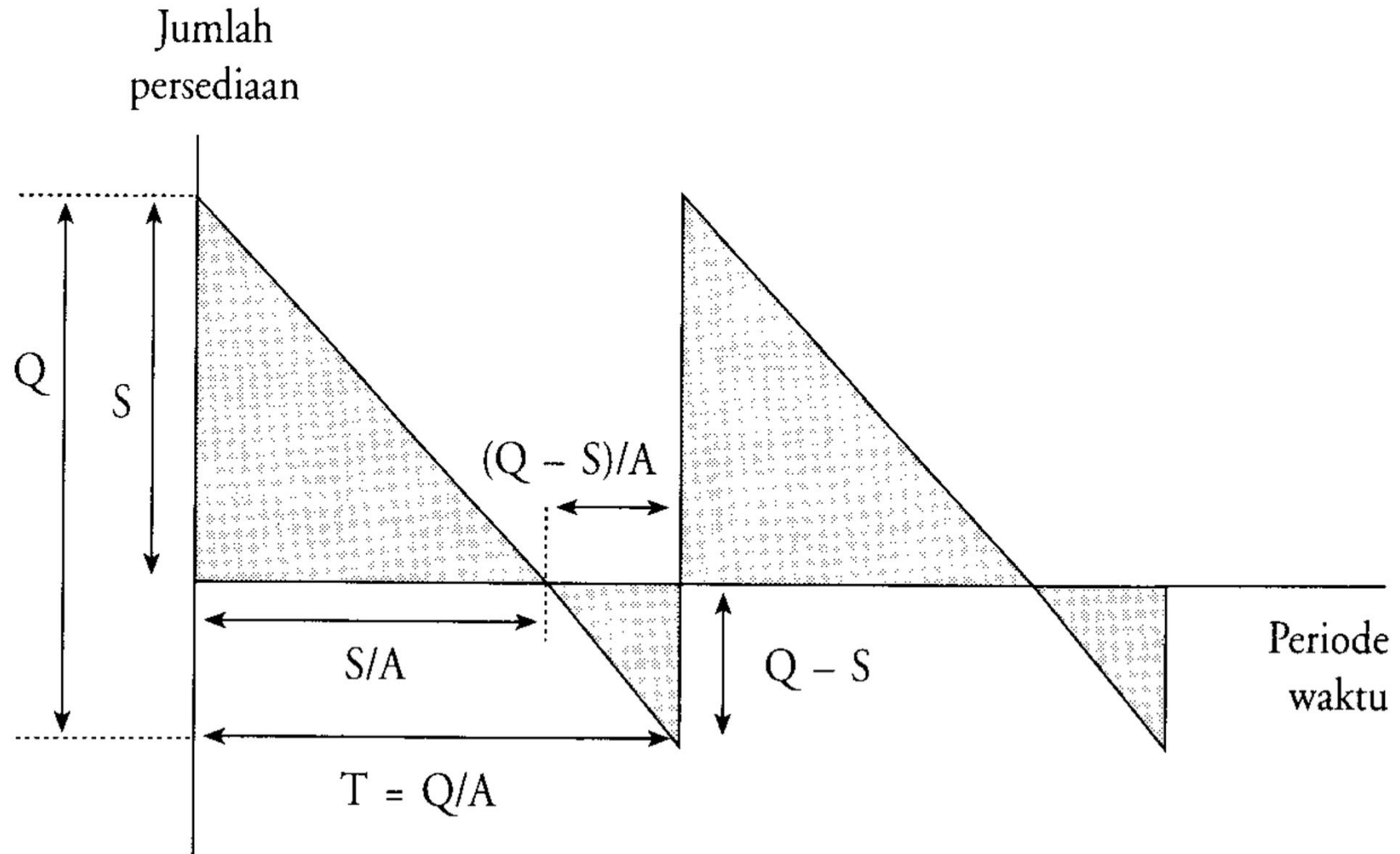
$$\text{Annual holding cost} = hc \left(\frac{Q}{2}\right)$$

$$\text{Holding cost per unit barang} = hc$$

$$\text{Annual procurement cost} = Ac$$

$$\text{Total annual cost} = \left(\frac{A}{Q}\right) k + hc \left(\frac{Q}{2}\right) + Ac$$

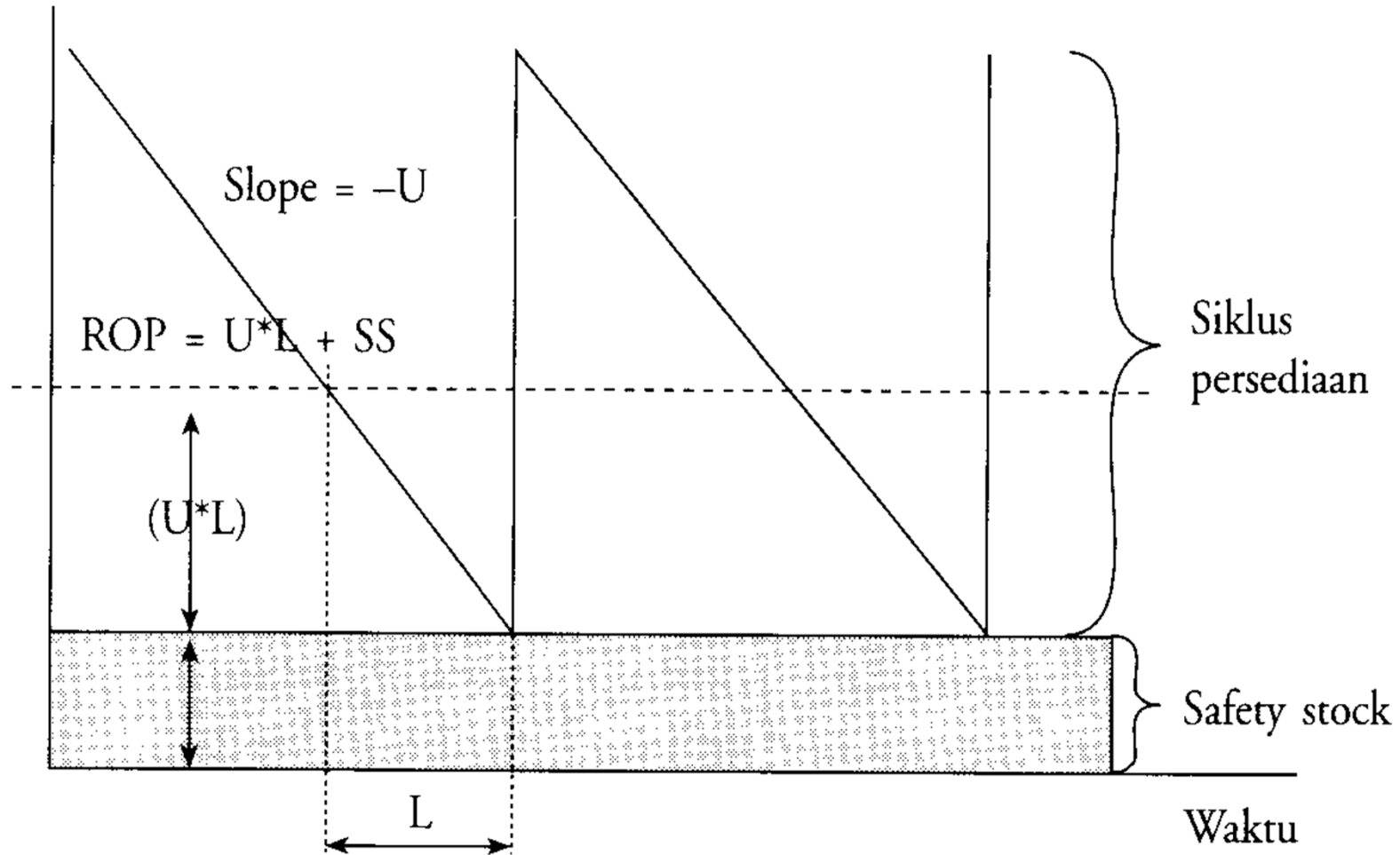
# Model EOQ Back Order




- *Back order* adalah pesanan untuk diambil kemudian oleh pelanggan, hal ini terjadi apabila pelanggan bersedia menunggu pesanan yang sudah habis dan pihak perusahaan tetap mengizinkan menjual barang yang bersangkutan meskipun barangnya tidak ada di gudang (tingkat persediaan barang nol).
- Q adalah jumlah setiap pemesanan.
- S adalah jumlah persediaan barang pada setiap awal siklus persediaan (*on hand inventory*).
- Tujuannya adalah menentukan besar Q dan S yang dapat meminimumkan total biaya yang relevan.
- Setiap siklus ditunjukkan oleh dua segitiga yang menunjukkan ada dua tahap.

- Tahap I : tahap dimana permintaan pembeli dapat dipenuhi dengan *on hand inventory*. Tahap ini diwakili oleh segitiga besar (tinggi  $S$ ). Apabila permintaan terhadap barang selama setahun sebesar  $A$ , maka periode waktu setiap tahap I pada setiap siklus adalah  $S/A$  tahun.
- Tahap II : tahap dimana *on hand inventory* sudah nol dan pembeli harus memesan untuk dapat diambil setelah tersedia kemudian. Tahap ini digambarkan sebagai segitiga kecil dengan tinggi  $Q-S$ , nilai ini menunjukkan jumlah barang yang dipesan oleh pembeli tetapi tidak dapat segera dipenuhi. Waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi permintaan tersebut adalah  $(Q-S)/A$  tahun.

# Re-Order Point (ROP) & Safety Stock (SS)



- 
- Asumsi bahwa barang yang dipesan segera tersedia pada kenyataanya jarang terpenuhi, karena banyak faktor yang menyebabkan hal ini terjadi karena kegiatan penyediaan atau pemesanan barang perlu tenggang waktu (*lead time*) hingga barang pesanan bisa tersedia.
  - Saat kapan pemesanan kembali dilakukan hingga barang yang dipesan tersedia disebut titik pemesanan kembali (ROP).





# **METODE MONTE CARLO**

# Pendahuluan

- Merupakan metode analisis numerik yang melibatkan pengambilan sampel eksperimen bilangan acak.
- Umum digunakan untuk mensimulasikan sistem pengendalian persediaan.
- Simulasi dengan metode Monte Carlo adalah bentuk simulasi probabilistik berdasarkan proses randomisasi (acak) yang melibatkan variabel-variabel data yang dikumpulkan berdasarkan data masa lalu maupun distribusi probabilitas teoritis.
- Monte carlo cenderung digunakan untuk mensimulasikan proses-proses yang mengarah ke industri dan simulasi bisnis.

Langkah-langkah utama dalam simulasi monte carlo :

1. Mendefinisikan distribusi probabilitas yang diketahui secara pasti dari data yang didapatkan dari pengumpulan data di masa lalu.
2. Mengonversikan distribusi probabilitas ke dalam bentuk frekuensi kumulatif. Distribusi probabilitas kumulatif ini akan digunakan sebagai dasar pengelompokan batas interval dari bilangan acak.
3. Mejalankan proses simulasi dengan menggunakan bilangan acak yang dikategorikan sesuai dengan rentang distribusi probabilitas kumulatif dari variabel- variabel yang digunakan dalam simulasi.
4. Analisis terhadap hasil keluaran simulasi, sebagai masukan bagi alternatif pemecahan permasalahan dan pengambilan keputusan.

# Contoh 1

Data permintaan produk ban motor di sebuah toko ban selama 200 hari kebelakang :

2	2	2	4	3	1	5	5	5	2	2	2	1	1	2	3	3	3	3	5
0	5	2	4	3	3	3	2	2	2	4	4	4	1	2	2	3	5	3	4
3	3	0	3	4	1	2	2	3	3	5	5	4	3	3	2	3	3	3	4
2	4	0	3	3	1	1	1	1	3	5	4	4	1	1	2	2	2	5	5
2	4	2	3	0	0	2	4	1	3	3	3	3	3	5	5	5	2	4	4
2	2	2	3	3	2	0	0	1	5	5	4	4	4	4	4	4	2	3	2
4	4	4	3	3	2	3	0	3	1	3	3	3	5	5	5	3	3	3	2
4	4	4	4	2	4	3	3	0	5	1	1	5	5	5	3	3	4	4	2
5	5	5	2	5	4	4	3	3	0	3	1	5	3	3	3	3	3	3	2
2	2	2	4	4	4	4	3	3	1	1	1	4	3	3	4	5	5	3	2

Data permintaan produk ban motor di sebuah toko ban selama 200 hari kebelakang :

<b>Jumlah Demand</b>	<b>Frekuensi Demand</b>
0	10
1	20
2	40
3	60
4	40
5	30

Jika diasumsikan tingkat penjualan ban dimasa lalu akan tetap bertahan sampai masa depan, maka ditentukan probabilitas dan probabilitas kumulatif dari tiap jenis permintaan.

<b>Jumlah Demand</b>	<b>Probabilitas</b>	<b>Probabilitas Kumulatif</b>
0	$10/200 = 0,05$	0,05
1	$20/200 = 0,10$	0,15
2	$40/200 = 0,20$	0,35
3	$60/200 = 0,30$	0,65
4	$40/200 = 0,20$	0,85
5	$30/200 = 0,15$	1,00

Ditentukan batas angka random yang mewakili tiap kemungkinan hasil. **Jika diasumsikan angka random yang dibangkitkan dimulai dari angka 01**

<b>Jumlah Demand</b>	<b>Probabilitas</b>	<b>Probabilitas Kumulatif (X 100)</b>	<b>Interval Angka Random</b>
0	0,05	0,05	01 – 05
1	0,10	0,15	06 – 15
2	0,20	0,35	16 – 35
3	0,30	0,65	36 – 65
4	0,20	0,85	66 – 85
5	0,15	1,00	86 - 100

## Simulasi :

Hari	Angka Random	Demand (Simulasi)
1	28	2
2	50	3
3	78	4
4	8	1
5	16	2
6	61	3
7	98	5
8	51	3
9	45	3
10	21	2

Total permintaan untuk 10 hari adalah 28 ban, rata-rata permintaan per hari adalah  $2,8 \approx 3$  ban.



## Contoh 2

Menggambarkan perilaku persediaan, permintaan dan waktu pengiriman. Dipastikan bahwa datanya bertipe probabilistik sehingga dapat dianalisis berdasarkan data masa lalu (Data Persediaan, Data Permintaan dan Data Pengiriman Produk). Data-data tersebut merupakan data yang langsung dibuatkan kelasnya dengan menggunakan distribusi frekuensi yang menunjukkan level persediaan, level permintaan beragam dan waktu pengirimannya.

Diasumsikan setiap minggu selalu terjadi transaksi, **tidak pernah terjadi permintaan = 0**, karena perusahaan melayani beberapa pelanggan dan setiap pelanggan selalu melakukan permintaan untuk memenuhi kebutuhannya. Dan diasumsikan juga bahwa **persediaan awal adalah 5 unit**.

Data Persediaan Produk (Unit) :

NO	Jml Persediaan		FREKUENSI PERSEDIAAN
1	3	9	2
2	10	16	8
3	17	23	15
4	24	30	18
5	31	37	8
6	38	44	6
7	45	51	3

Data Permintaan Produk (Unit)

NO	Jml Permintaan		FREKUENSI PERMINTAAN
1	3	7	2
2	8	12	14
3	13	17	20
4	18	22	7
5	23	27	10
6	28	32	2
7	33	37	5

Data Waktu Pengiriman Produk (Hari) :

NO	WAKTU PENGIRIMAN	FREKUENSI PENGIRIMAN
1	1	15
2	2	28
3	3	17

## Probabilitas Data Persediaan Produk (dalam satuan Unit) :

NO	INTERVAL KELAS		FREKUENSI PERSEDIAAN	PROBABILITAS	PROBABILITAS KUMULATIF
1	3	9	2	$2/60 = 0,03$	0,03
2	10	16	8	$8/60 = 0,13$	0,16
3	17	23	15	$15/60 = 0,25$	0,41
4	24	30	18	$18/60 = 0,3$	0,71
5	31	37	8	$8/60 = 0,13$	0,84
6	38	44	6	$6/60 = 0,1$	0,94
7	45	51	3	$3/60 = 0,05$	0,99

Tabel di atas menggambarkan data persediaan, dimana persediaan pada kelas pertama (antara 3 sampai 9) terdapat 2 transaksi yang berarti aktivitas persediaan pada kelas tersebut memiliki probabilitas 3%. Artinya jika dibangkitkan bilangan acak sebanyak nilai tertentumaka tingkat kemunculan yang terjadi pada kelas tersebut adalah 3% (bisa lebih atau kurang karena bilangan acak tidak dapat dikendalikan dengan pasti) dari seluruh bilangan acak.

Probabilitas Data Permintaan Produk (dalam satuan Unit) :

<b>NO</b>	<b>INTERVAL KELAS</b>		<b>FREKUENSI DEMAND</b>	<b>PROBABILITAS</b>	<b>PROBABILITAS KUMULATIF</b>
1	3	7	2	.....	.....
2	8	12	14	.....	.....
3	13	17	20	.....	.....
4	18	22	7	.....	.....
5	23	27	10	.....	.....
6	28	32	2	.....	.....
7	33	37	5	.....	.....

Probabilitas Data Waktu Pengiriman Produk (dalam satuan Hari) :

<b>NO</b>	<b>WAKTU PENGIRIMAN</b>	<b>FREKUENSI PENGIRIMAN</b>	<b>PROBABILITAS</b>	<b>PROBABILITAS KUMULATIF</b>
1	1	15	.....	.....
2	2	28	.....	.....
3	3	17	.....	.....

## Kemunculan Angka Acak untuk Data Persediaan Produk :

<b>NO</b>	<b>Jml Persediaan</b>		<b>Frekuensi Persediaan</b>	<b>PROBABILITAS KUMULATIF</b>	<b>INTERVAL ANGKA ACAK</b>
1	3	9	2	$0,03 \times 100 = 3$	0 – 2
2	10	16	8	$0,16 \times 100 = 16$	3 – 15
3	17	23	15	$0,41 \times 100 = 41$	16 – 40
4	24	30	18	$0,71 \times 100 = 71$	41 – 70
5	31	37	8	$0,84 \times 100 = 84$	71 – 83
6	38	44	6	$0,94 \times 100 = 94$	84 – 93
7	45	51	3	$0,99 \times 100 = 99$	94 - 98

Bilangan acak yang muncul bervariasi dibangkitkan antara 00 – 98 (terdapat 99 angka acak).

Kemunculan Angka Acak untuk Data Permintaan Produk :

<b>NO</b>	<b>Jml Permintaan</b>		<b>Frekuensi Permintaan</b>	<b>PROBABILITAS KUMULATIF</b>	<b>INTERVAL ANGKA ACAK</b>
1	3	7	2	.....	.....
2	8	12	14	.....	.....
3	13	17	20	.....	.....
4	18	22	7	.....	.....
5	23	27	10	.....	.....
6	28	32	2	.....	.....
7	33	37	5	.....	.....

Kemunculan Angka Acak untuk Data Pengiriman Produk :

<b>NO</b>	<b>WAKTU PENGIRIMAN</b>	<b>FREKUENSI PENGIRIMAN</b>	<b>PROBABILITAS KUMULATIF</b>	<b>INTERVAL ANGKA ACAK</b>
1	1	15	.....	.....
2	2	28	.....	.....
3	3	17	.....	.....

# Simulasi Persediaan untuk 10 minggu :

Ming-gu	Angka Acak			Simulasi			
	Perse-diaan	Permin-taan	Pengi-ri-man	Perse-diaan	Permin-taan	Pengi-ri-man	Sisa Perse-diaan
0				5			
1	69	90	99	27	30	3	2
2	04	27	18	13	15	1	0
3	91	95	33	41	35	2	6
4	65	98	21	.....	.....	.....	.....
5	83	63	86	.....	.....	.....	.....
6	71	97	14	.....	.....	.....	.....
7	91	96	38	.....	.....	.....	.....
8	74	72	84	.....	.....	.....	.....
9	01	04	24	.....	.....	.....	.....
10	80	93	91	.....	.....	.....	.....

Jika diketahui :

- Biaya simpan di gudang = Rp. 6.000/unit
- Biaya order produksi = Rp. 15.000,-/unit
- Biaya pengiriman = Rp. 1.500/unit/hari

Simulasikan biaya-biaya tersebut !



# Simulasi Persediaan untuk 10 minggu :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
0				5						
1	69	90	99	27	30	3	2	12.000	405.000	135.000
2	04	27	18	13	15	1	0	.....	.....	.....
3	91	95	33	41	35	2	6	.....	.....	.....
4	65	98	21	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
5	83	63	86	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6	71	97	14	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
7	91	96	38	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
8	74	72	84	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
9	01	04	24	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
10	80	93	91	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....



**Keterangan :**

A : Minggu

B : Bilangan acak untuk Persediaan

C : Bilangan acak untuk Permintaan/Demand

D : Bilangan acak untuk Pengiriman

E : Simulasi variabel Persediaan

F : Simulasi variabel Permintaan/Demand

G : Simulasi variabel Pengiriman

H : Simulasi variabel Sisa Persediaan

I : Simulasi Biaya Simpan di Gudang

J : Simulasi Biaya Order Produksi

K : Simulasi Biaya Proses Pengiriman