Taufik Hidayat Soi, ST,MT

ELEKTRONIKA DIGITAL LANJUTAN

Taufik Hidayat Soi, ST,MT

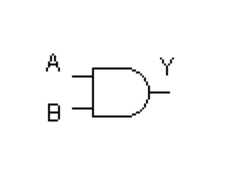
BAB 3

Rangkaian digital yang lebih rumit, misalnya flip-flop atau piranti lainnya, pada dasarnya dibangun dari rangkaian logika sederhana seperti gerbang NOT, AND, OR, XOR dan inverternya. Memahami cara kerja dan sifat sifat logika dasar merupakan awal yang baik untuk memahami system digital secara komprehensif.

3.1 GERBANG AND

- Gerbang AND dikenal sebagai gerbang fungsi perkalian logika, symbol dan table kebenaran sebagai berikut:

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



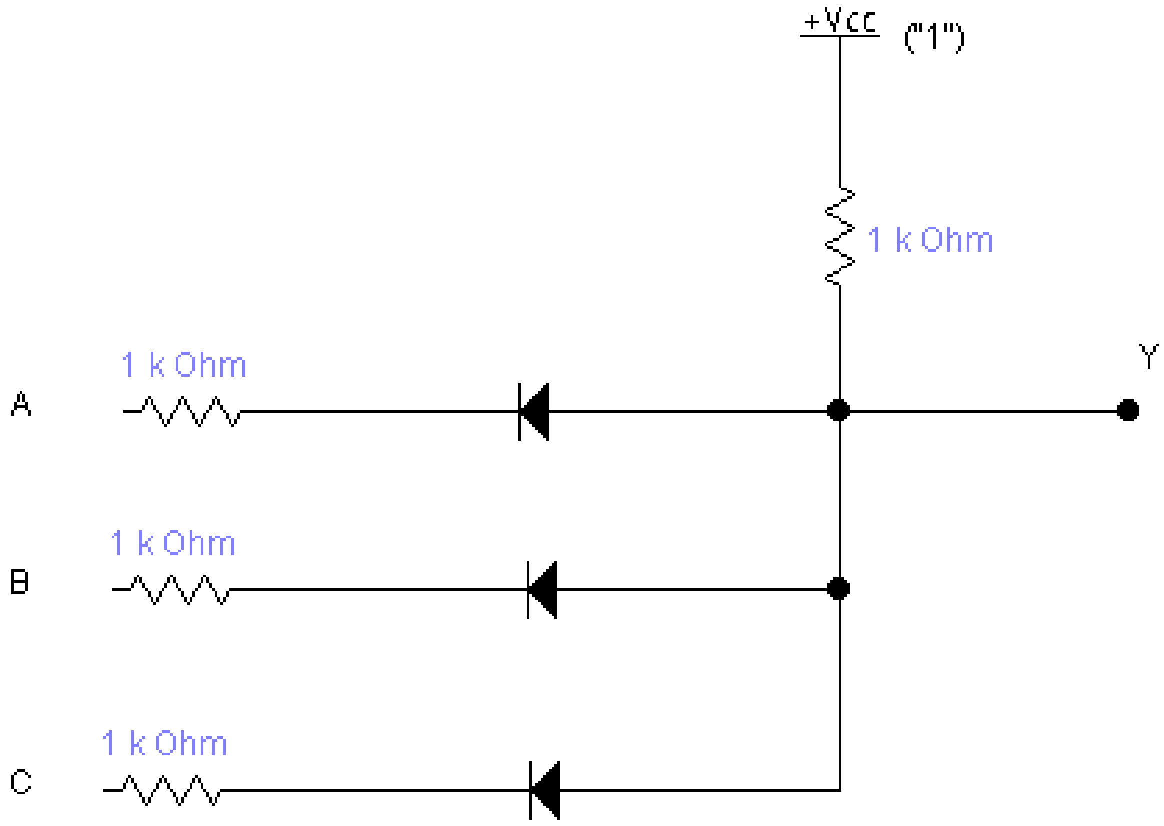
Gambar 3.1 Gerbang AND

- Persamaan matematis untuk keluaran gerbang AND adalah Y = A.B

Bila jumlah masukan lebih dari dua, maka persamaan keluaran ditulis:

Y = A.B.C … N

Sesuai dengan fungsi perkalian pada tabel kebenaran gambar 3.1, Y hanya bernilai 1 hanya bila semua masukan A, B, C … N bernilai 1. Dengan kata lain bila salah satu masukan A, B, C … N bernilai 0 maka keluaran gerbang AND akan bernilai 0. Gerbang AND dapat dibentuk dari rangkaian diode-resistor secara mudah dan sederhana sebagai berikut

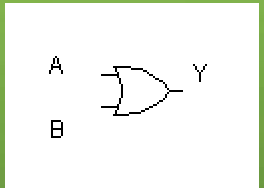


GAMBAR 3.2 RANGKAIAN GERBANG AND

3.2 GERBANG OR

- Gerbang OR dikenal sebagai gerbang fungsi penjumlahan logika, symbol dan tabel kebenaran sebagai berikut:

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Gambar 3.3 Gerbang OR

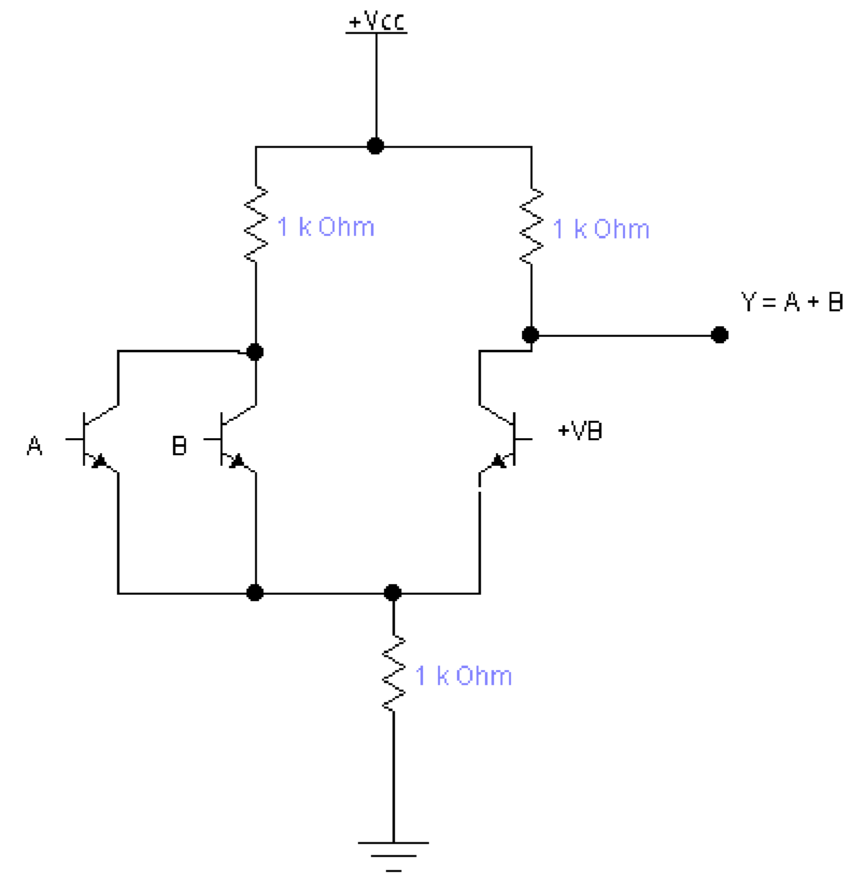
- Persamaan matematis untuk keluaran gerbang OR adalah : $Y = A + B$

Bila jumlah masukan lebih dari dua, maka persamaan keluaran ditulis:

$Y = A + B + C \ldots N$

Sesuai dengan fungsi penjumlahan pada tabel kebenaran gambar 3.3, Y akan bernilai 1 bila salah satu masukan A, B, C … N bernilai 1. Dengan kata lain keluaran gerbang OR hanya akan bernilai 0 bila semua masukan A, B,C… N bernilai 0.

Taufik Hidayat Soi, ST,MT

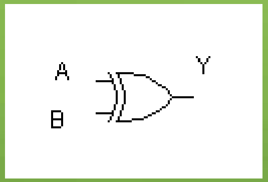


GAMBAR 3.4 RANGKAIAN GERBANG OR

3.3 GERBANG XOR

- Gerbang XOR dikenal sebagai gerbang fungsi eksklusif OR logika, symbol dan table kebenaran sebagai berikut :

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



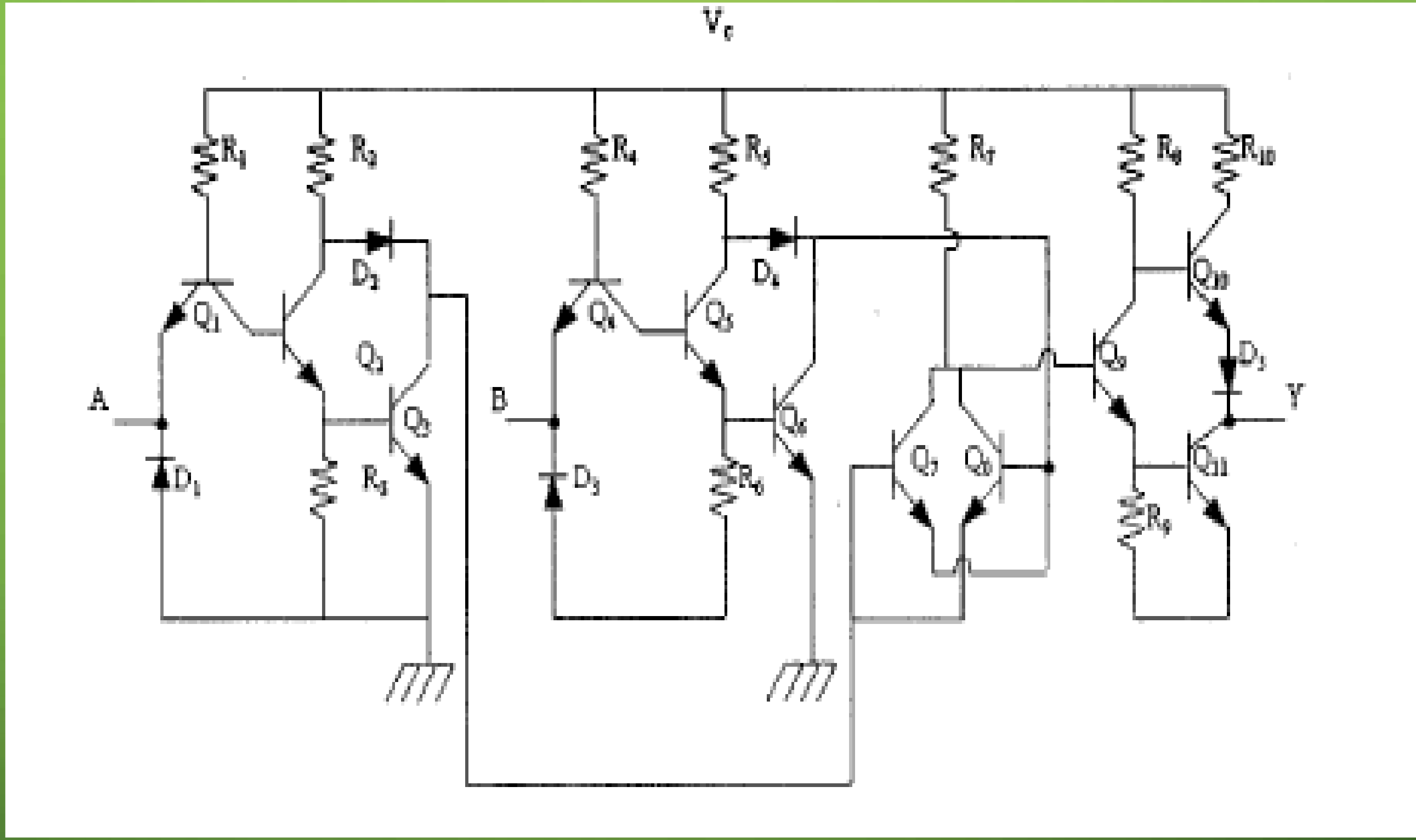
Gambar 3.5 Gerbang XOR

- Persamaan matematis untuk keluaran gerbang XOR adalah:

$$Y = A \oplus B$$

$$= A\bar{B} + \bar{A}.B$$

Sesuai dengan fungsi eksklusif gerbang OR pada tabel kebenaran gambar 3.5. Keluaran gerbang XOR hanya bernilai 1 bila salah satu masukan bernilai 1 dan lainnya bernilai 0. Dengan kata lain keluaran gerbang XOR akan bernilai 0 bila kedua masukan sama sama bernilai 0 atau 1.



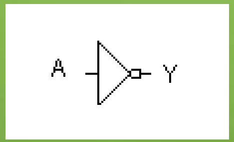
Gambar 3.6 Rangkaian Gerbang XOR

- Sifat gerbang XOR dapat diringkas sebagai berikut:
- $A \oplus 0 = A$
- $A \oplus 1 = \bar{A}$
- $A \oplus A = 0$
- $A \oplus \bar{A} = 1$

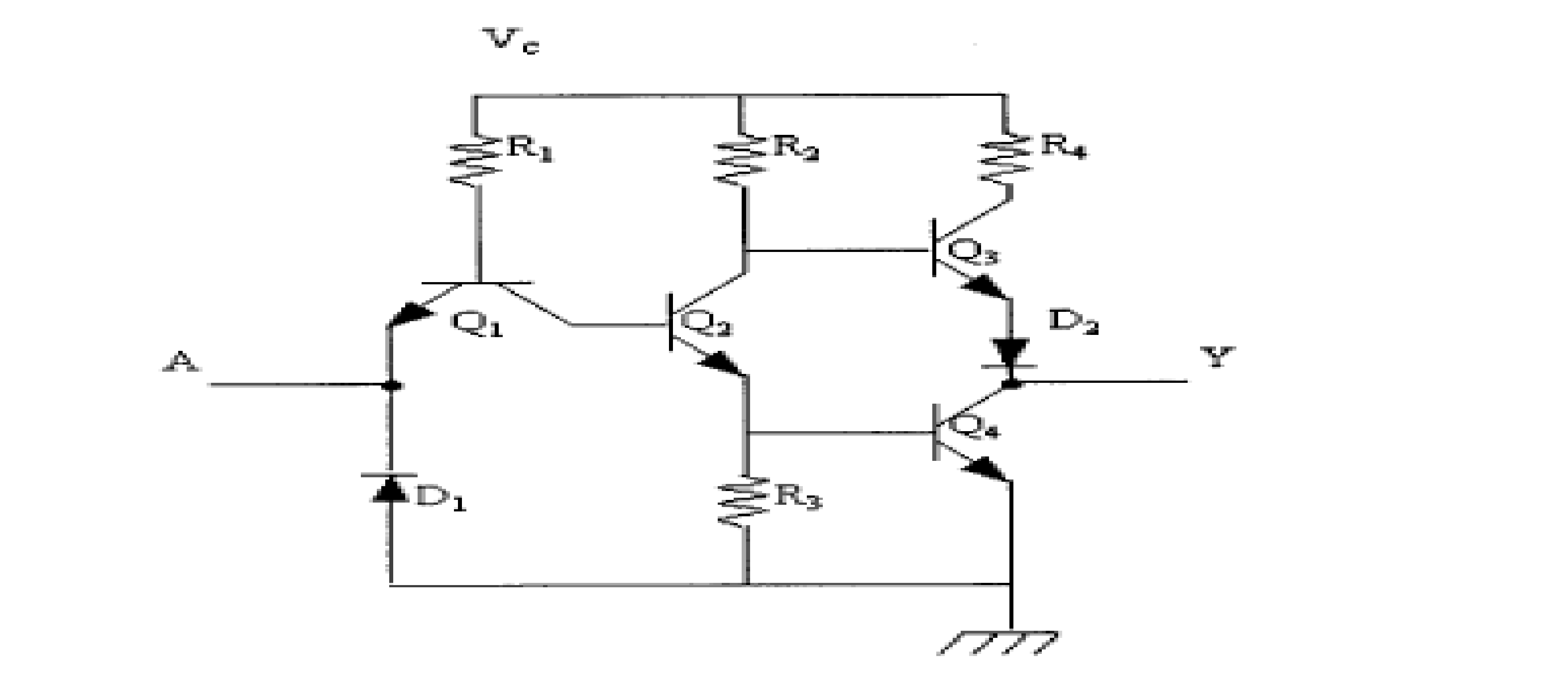
3.4 GERBANG NOT

- Gerbang NOT dikenal sebagai gerbang fungsi logika kebalikan / inverse, symbol dan table kebenaran sebagai berikut :

A	Y
0	1
1	0



Gambar 3.7 Gerbang NOT

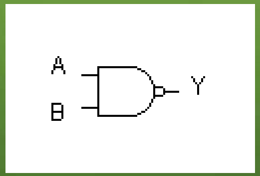


Gambar 3.8 Rangkaian Gerbang NOT

Persamaan matematis untuk keluaran gerbang NOT adalah : Y = A

3.5 GERBANG NAND

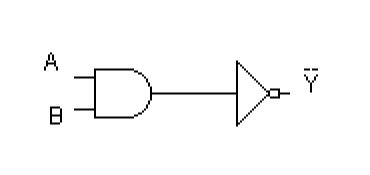
- Gerbang NAND dikenal sebagai gerbang fungsi logika kebalikan/inverse dari gerbang AND. Keluaran gerbang NAND merupakan NOT dari gerbang AND sehingga berdasarkan gambar 3.1 di atas, keluaran gerbang NAND hanya akan bernilai 0 bila semua masukan bernilai "1" . Simbol dan table kebenaran gerbang NAND sebagai berikut:



Gambar 3.9a Gerbang NAND

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Gerbang NAND dapat digambarkan terdiri dari gerbang AND dan gerbang NOT.



A	B	$\overline{Y}$	Y
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

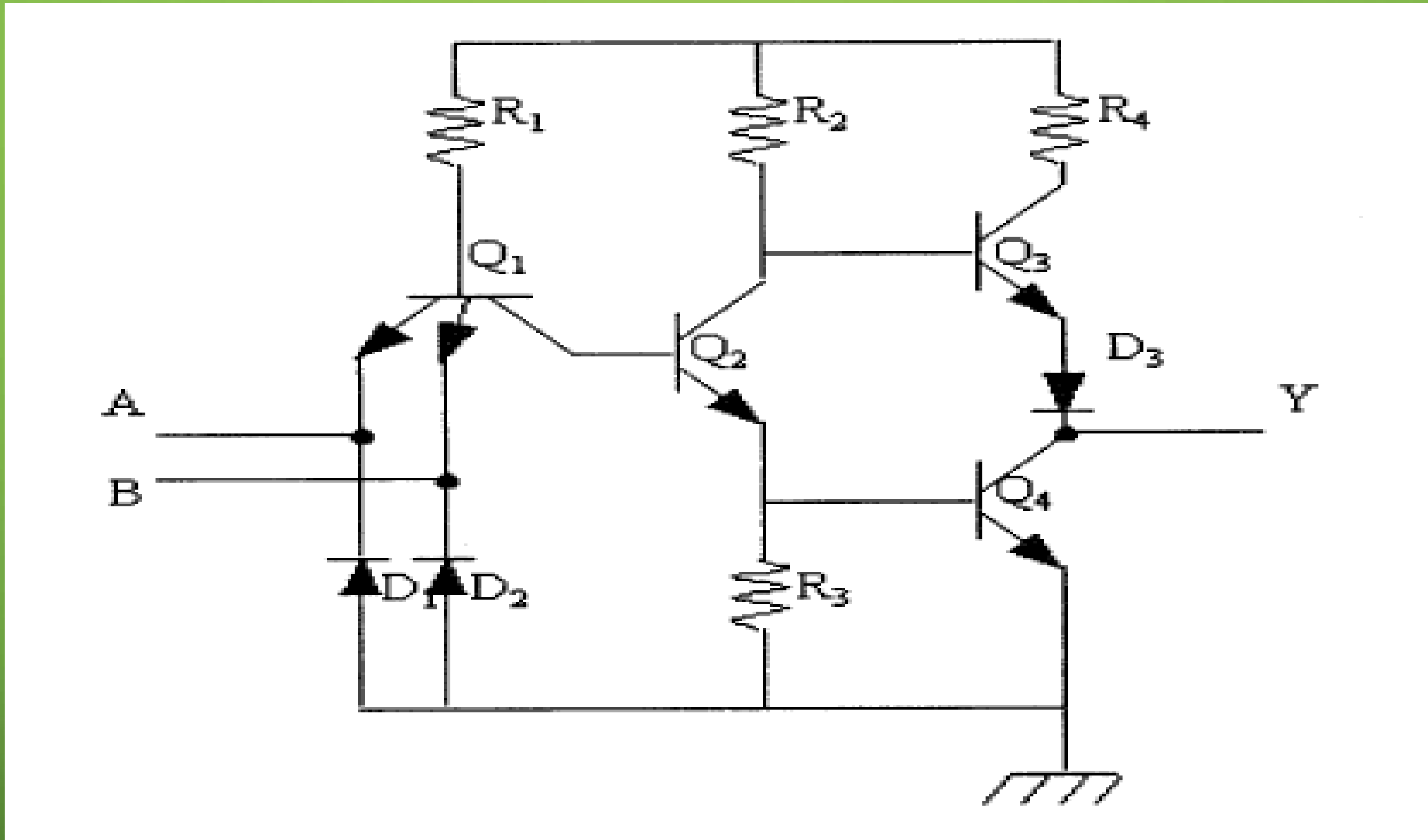
Gambar 3.9b Gerbang AND + NOT

Persamaan keluaran gerbang NAND ditulis :

Y =A . B

Bila masukan lebih dari dua, maka persamaan keluaran menjadi :

Y = A . B . C…N

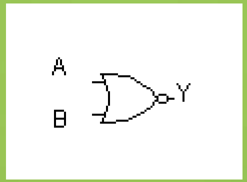


Gambar 3.10 Rangkaian Gerbang NAND

3.6 GERBANG NOR

- Gerbang NOR dikenal sebagai gerbang fungsi logika kebalikan/inverse dari gerbang OR. Keluaran gerbang NOR merupakan NOT dari gerbang OR sehingga berdasarkan gambar 3.3 di atas, keluaran gerbang NOR hanya akan bernilai 1 bila semua masukan bernilai “0” . Simbol dan tabel kebenaran gerbang NOR sebagai berikut:

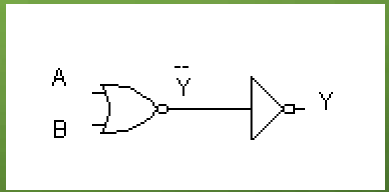
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Gambar 3.11a Gerbang NOR

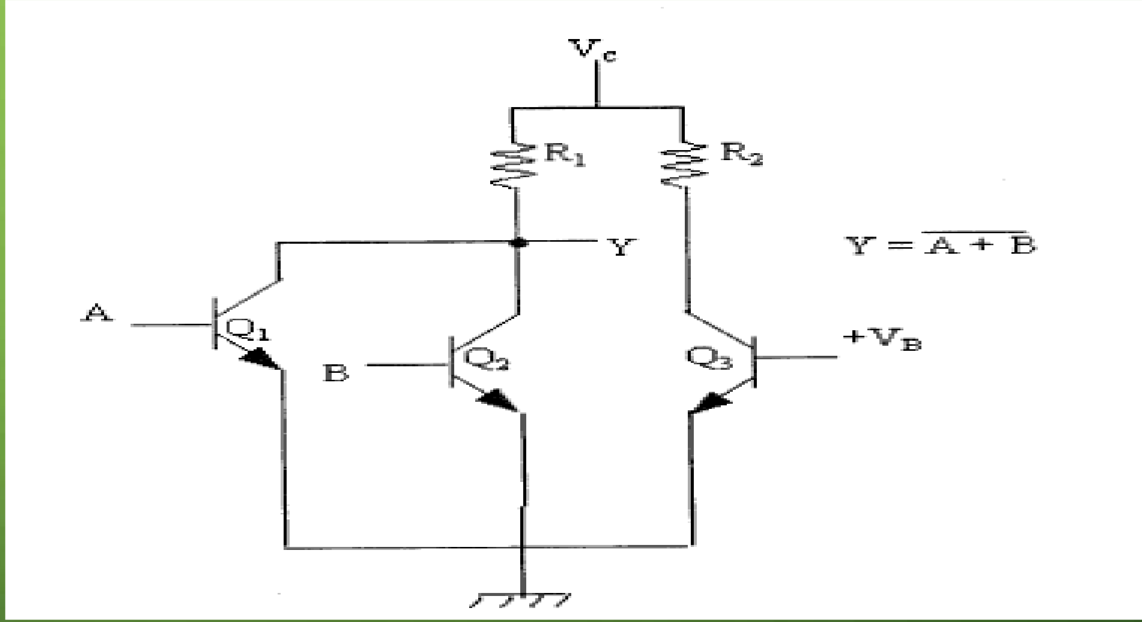
Gerbang NOR dapat digambarkan terdiri dari gerbang OR dan gerbang NOT

A	B	$\overline{Y}$	Y
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0



Gambar 3.11b Gerbang OR + NOT

- Persamaan keluaran gerbang NOR ditulis:
- Y $=\bar{A}\,.\,\bar{B}$
- Bila masuka lebih dari dua, persamaan keluaran menjadi :
- Y $= \bar{A}\,.\,\bar{B}.\,\bar{C}\ \ldots \bar{N}$



Gambar 3.12 Rangkaian Gerbang NOR

BAB 4
ALJABAR BOOLEAN

Yang dimaksud aljabar Boolean adalah persamaan (aljabar) logika dasar untuk menyederhanakan rangkaian logika digital agar diperoleh bentuk persamaan yang lebih sederhana. Memahami aljabar Boolean merupakan syarat mutlak agar mampu membangun membangun sistem digital yang lebih kompleks dari gerbang-gerbang sederhana.

4.1 HUKUM ALJABAR BOOLEAN

- Tiga hukum aljabr Boolean untuk fungsi penjumlahan logika (gerbang OR) dan fungsi perkalian logika (gerbang AND) adalah:

1. Hukum komutatif : yaitu baik fungsi penjumlahan logika maupun fungsi perkalian logika berlaku hukum komutatif.

$A + B = B + A$

$A . B = B .A$

2. Hukum asosiatif : yaitu baik fungsi penjumlahan logika (gerbang OR) maupun fungsi perkalian logika (gerbang AND) berlaku hukum asosiatif.

$A + (B + C) = (A + B) + C$

$A.(B \cdot C) = (A \cdot B).C$

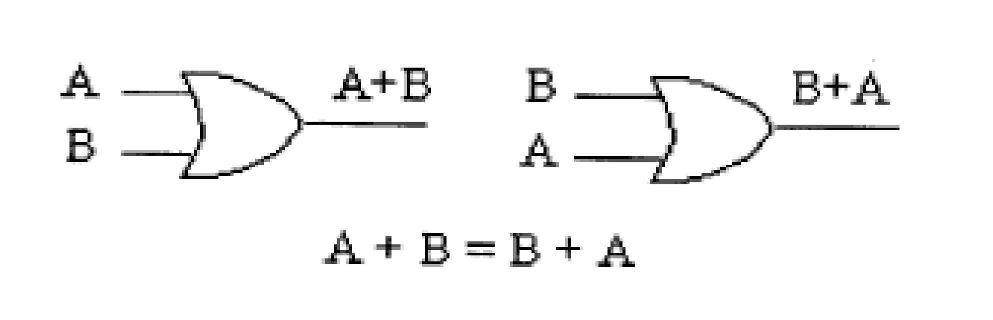
3. Hukum distributive: yaitu baik fungsi penjumlahan logika (gerbang OR) maupun fungsi perkalian logika (gerbang AND) berlaku hukum distributive.

$A(B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

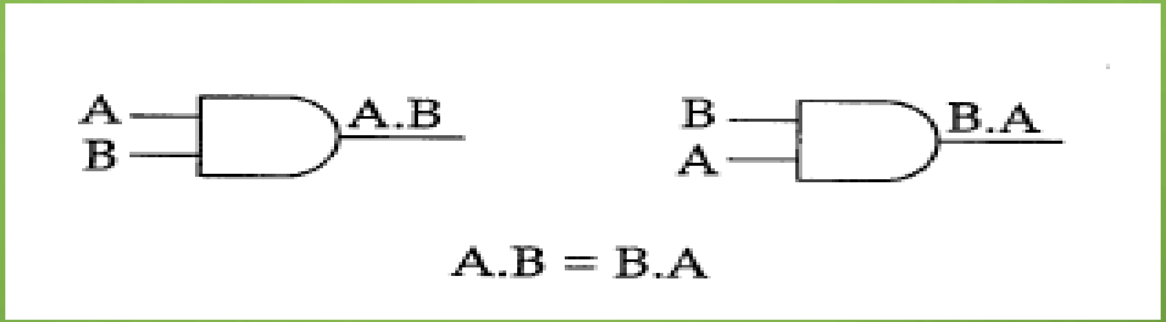
$(A + B).(C + D) = A.C + A.D + B.C + B.D$

PENJELASAN

- 1. Hukum komutatif
- Mengacu kepada table kebenaran AND dan OR tampak jelas bahwa posisi masukan A dan B dibalik tidak akan mempengaruhi keluaran gerbang.



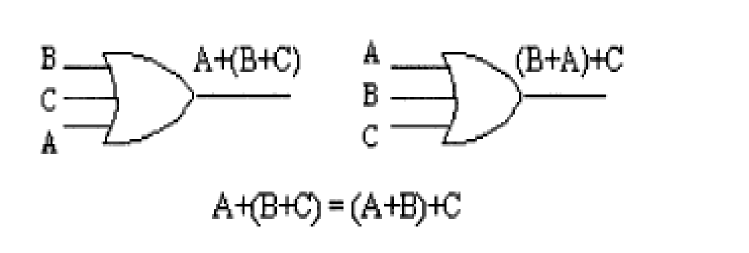
Gambar 4.1 sifat komutatif gerbang OR



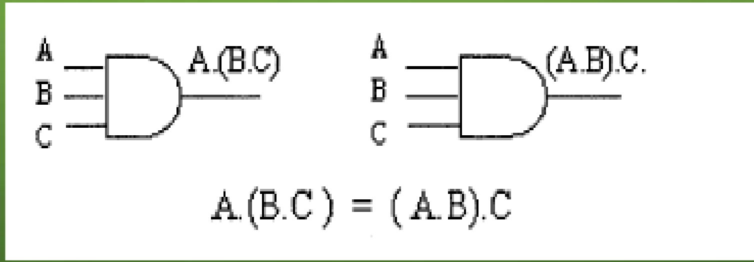
Gambar 4.2 sifat komutatif gerbang AND

2. Hukum asosiatif

Sama halnya pembuktian sifat komutatif, sifat asosiatif juga berlaku untuk fungsi gerbang logika. Sebagai contoh dapat mengacu pada gerbang OR dan gerbang AND.



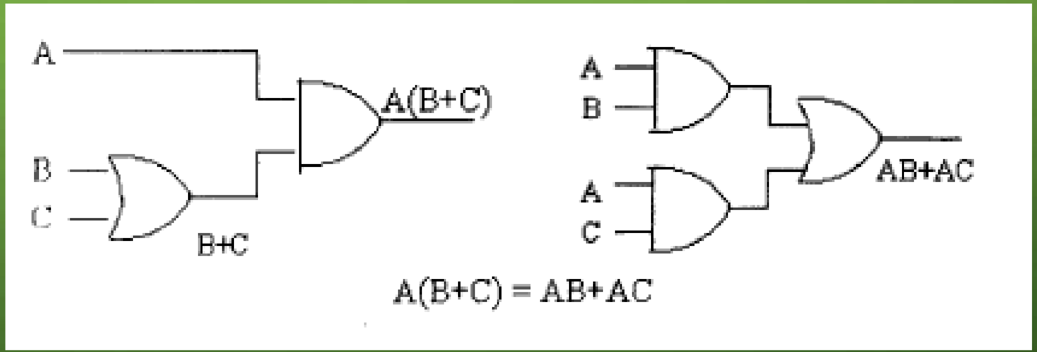
Gambar 4.3 sifat Asosiatif gerbang OR



Gambar 4.4 sifat Asosiatif gerbang AND

3. Distributif

Sifat distributif operasional gerbang logika dapat dibukti dengan mengacu pada gambar 4.5 dengan menggunakan tabel kebenaran pada gambar 3.1(AND) dan 3.3 (OR) di atas. Sebenarnya baik sifat komutatif, asosiatif dan distributif secara otomatis akan terpenuhi bila hanya menyangkut operasi skala, fungsi gerbang logika bukanlah bersifat vektor sehingga selalu memenuhi ketiga sifat tersebu.



A	B	C	A(B+C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	AB+AC
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Gambar 4.5 sifat Distributif gerbang logika

4.2 ATURAN REDUKSI BOOLEAN

- Penyederhanaan fungsi logika untuk keluaran rangkaian yang terdiri dari kombinasi berbagai macam gerbang, dapat dilakukan dengan hukum reduksi Boolean.
- Berdasarkan 4.1

1. $A + B = B + A$
   $A.B = B.A$
2. $A+(B+C) = (A+B) + C$
   $A.(B.C) = (A.B).C$
3. $A.(B+C) = A.B + A.C$
   $(A+B).(C+D) = A.C + A.D + B.C + B.D$

Aturan reduksi Boolean :

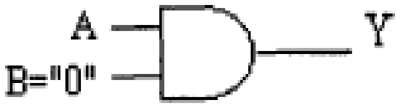
1. $A.0 = 0$
2. $A.1 = A$
3. $A + 0 = A$
4. $A + 1 = 1$
5. $A.A = A$
6. $A + A = A$

7. $A \cdot \overline{A} = 0$
8. $\overline{A} + A = 1$
9. $\overline{\overline{A}} = A$
10. $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
11. $\overline{A} + A \cdot B = \overline{A} + B$
12. $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
13. $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

Contoh :

Aturan 1 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.1 untuk gerbang AND. Salah satu masukan gerbang logika bernilai 0 maka keluaran akan 0.

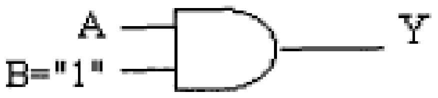


A	B	Y
0	0	0
1	0	0

Gambar 4.6 Aturan 1

Aturan 2 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.1. untuk gerbang AND. Sifat gerbang logika AND adalah perkalian sehingga masukan gerbang logika yang bernilai 1 tidak akan berpengaruh terhadap keluaran (dengan kata lain keluaran logika ditentukan oleh masukan yang bukan bernilai 1) kecuali semua masukan bernilai 1 maka keluaran akan bernilai 1 pula.

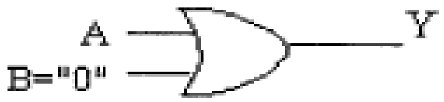


A	B	Y
0	1	0
1	1	1

Gambar 4.7 Aturan 2

Aturan 3 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.3 untuk gerbang OR. Sifat gerbang logika OR adalah penjumlahan sehingga masukan yang bernilai 0 tidak akan berpengaruh terhadap keluaran logika kecuali semua masukan bernilai 0 maka keluaran logika adalah 0.

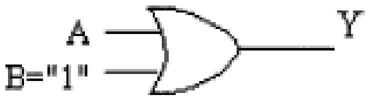


A	B	Y
0	0	0
1	0	1

Gambar 4.8 Aturan 3

Aturan 4 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.3 untuk gerbang OR. Sifat gerbang logika OR adalah penjumlahan sehingga bila salah satu masukan bernilai 1 keluaran logika akan selalu bernilai 1, dengan kata lain keluaran logika tidak tergantung pada kondisi masukan lainnya.

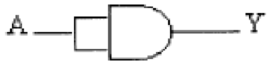


A	B	Y
0	1	1
1	1	1

Gambar 4.9 Aturan 4

Aturan 5 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.1 untuk gerbang AND. Bila jumlah masukan logika gerbang terdiri dari 2 masukan dan selalu bernilai sama (0 atau 1) maka hasil perkalian selalu sama dengan kondisi itu sendiri.

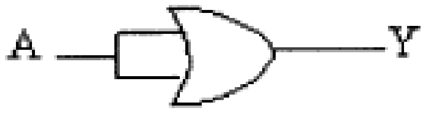


A	A	Y
0	0	0
1	1	1

Gambar 4.10 Aturan 5

Aturan 6 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.3 untuk gerbang OR. Sifat gerbang logika OR adalah penjumlahan sehingga bila kedua masukan selalu bernilai sama (0 atau 1), keluaran logika akan selalu bernilai sama dengan masukan. Kondisi khusus ini menyebabkan operasi gerbang OR sama dengan gerbang AND, sehingga aturan 6 sama dengan aturan 5 (untuk kondisi khusus dimana kedua gerbang selalu bernilai sama).

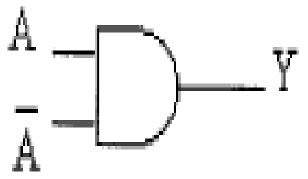


A	A	Y
0	0	0
1	1	1

Gambar 4.11 Aturan 6

Aturan 7 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.1 untuk gerbang AND. Bila salah satu masukan gerbang logika bernilai 0 maka keluaran akan 0 karena sifat keluaran gerbang AND merupakan hasil perkalian dari masukan. Dengan demikian bila kondisi kedua masukan gerbang selalu berlawanan sehingga selalu terdapat kondisi 0 pada salah satu masukan, maka keluaran akan selalu bernilai 0.

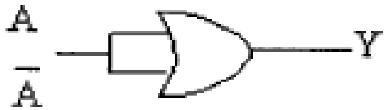


A	$\bar{A}$	Y
1	0	0
0	1	0

Gambar 4.12 Aturan 7

Aturan 8 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.3 untuk gerbang OR. Sifat gerbang logika OR adalah penjumlahan sehingga bila kondisi kedua masukan selalu berlawanan (satu masukan bernilai 0 dan masukan lain bernilai 1), keluaran logika akan selalu bernilai 1 karena selalu terdapat kondisi 1 pada salah satu masukan logika.

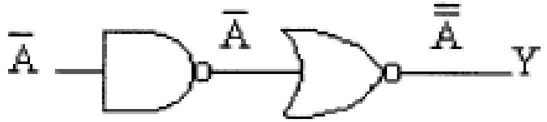


A	$\bar{A}$	Y
1	0	1
0	1	1

Gambar 4.13 Aturan 8

Aturan 9 :

Mengacu pada tabel kebenaran gambar 3.7 untuk gerbang NOT. Sifat gerbang NOT adalah keluaran gerbang merupakan kebalikan dari masukan gerbang, sehingga masukan yang di NOT dua kali akan kembali ke kondisi awal.

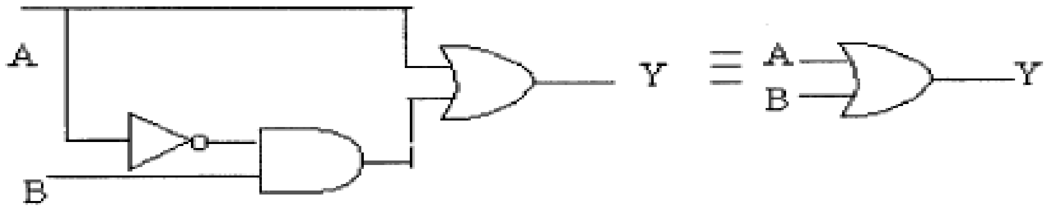


A	$\bar{A}$	$\bar{\bar{A}}$	Y
0	1	0	0
1	0	1	1

Gambar 4.14 Aturan 9

Aturan 10 :

Aturan 10 dapat dibuktikan dengan memeriksa hasil dari persamaan ruas sebelah kiri dan ruas sebelah kanan.

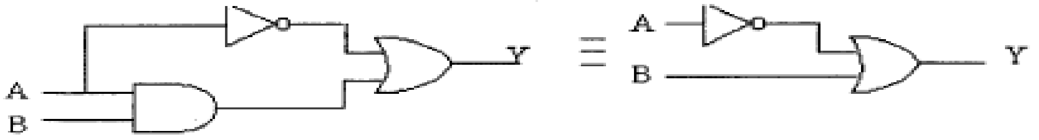


A	B	$A+\overline{A}B$	$A+B$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Gambar 4.15 Aturan 10

Aturan 11 :

Aturan 11 dapat dibuktikan dengan memeriksa hasil dari persamaan ruas sebelah kiri dan ruas sebelah kanan.

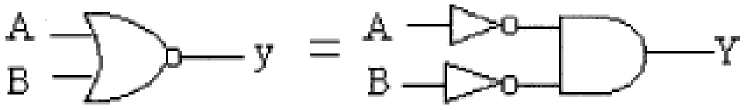


A	B	$\overline{A}+AB$	$\overline{A}+B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Gambar 4.16 Aturan 11

Aturan 12 :

Aturan 12 dapat dibuktikan dengan memeriksa hasil dari persamaan ruas sebelah kiri dan ruas sebelah kanan.

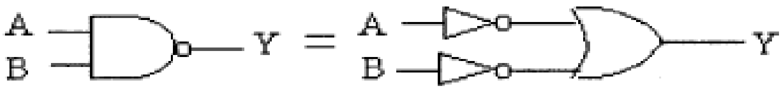


A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Gambar 4.17 Aturan 12

Aturan 13 :

Aturan 13 dapat dibuktikan dengan memeriksa hasil dari persamaan ruas sebelah kiri dan ruas sebelah kanan.



A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Gambar 4.18 Aturan 13

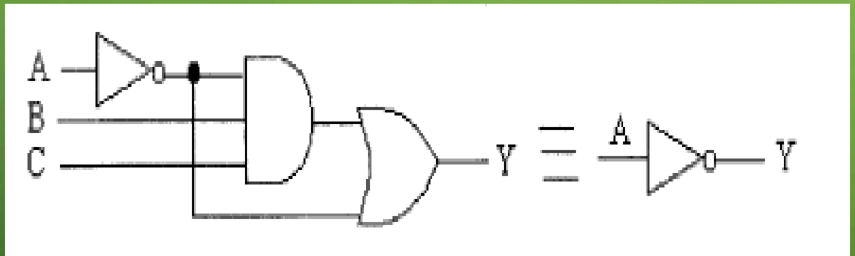
Taufik Hidayat Soi, ST,MT

BAB 5
KOMBINASI GERBANG

Cara penyederhaan dengan menggunakan aturan Boolean merupakan cara yang paling umum dan yang paling sederhana dan sangat praktis untuk rangkaian gerbang digital yang masih sederhana.

5.1 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 4

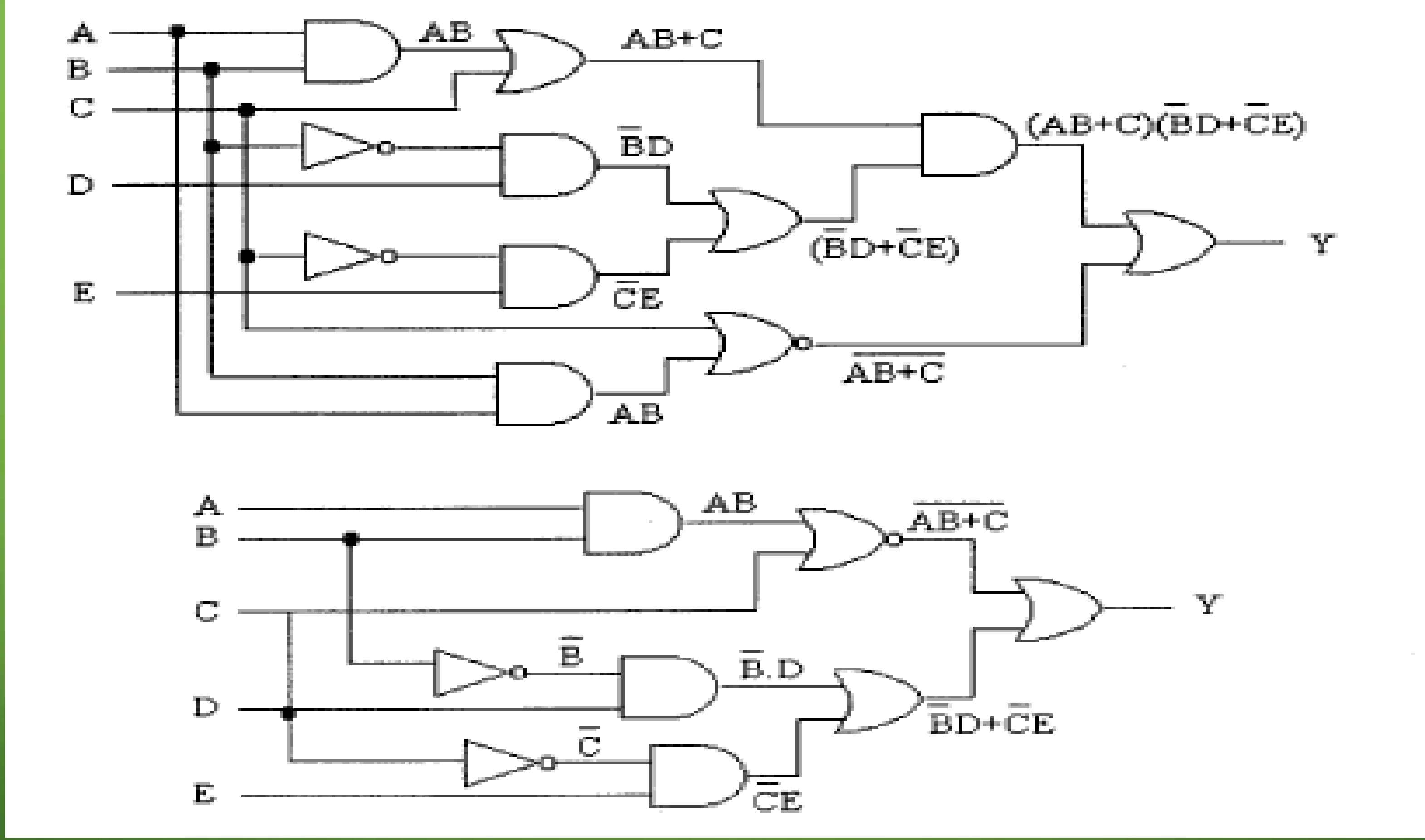
- Y = $\bar{A}$.B.C + $\bar{A}$
- = $\bar{A}$(B.C+1) aturan 4
- = $\bar{A}$



Gambar 5.1 contoh aturan 4

5.2 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 11

$$
\begin{aligned}
Y &= (A.B+C)(\overline{B}.D+\overline{C}.E)+\overline{(A.B+C)} \\
&= S.T+\overline{S} \quad \text{aturan 11} \\
&= \overline{S}+T \\
&= \overline{(A.B+C)}+(\overline{B}.D+\overline{C}.E)
\end{aligned}
$$

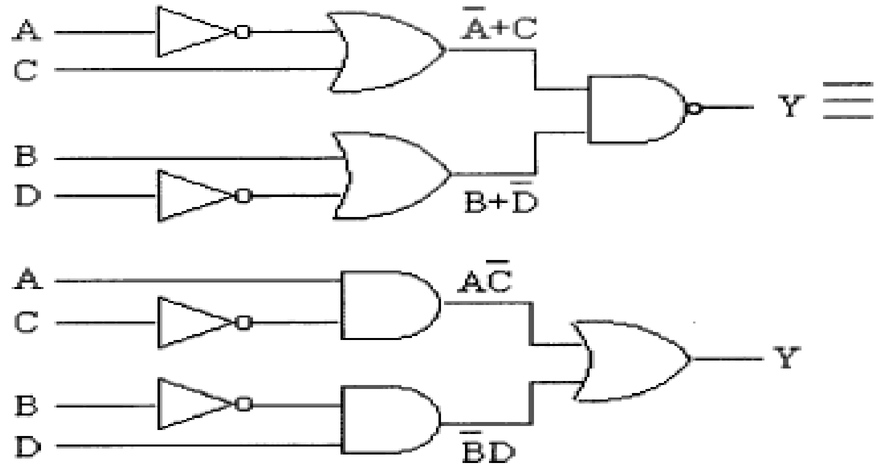


Gambar 5.2 contoh aturan 11

Taufik Hidayat Soi, ST,MT

5.3 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 9, 12 DAN 13

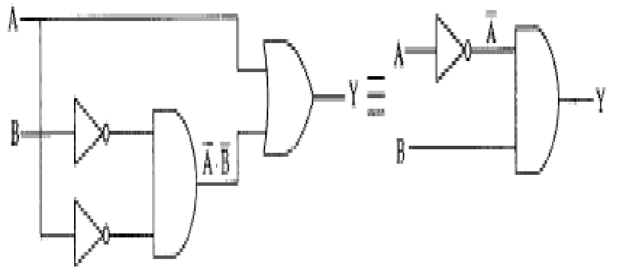
$$
\begin{aligned}
Y &= \overline{(\overline{A}+C)\cdot(B+\overline{D})} && \text{aturan 13}\\
&= \overline{(\overline{A}+C)}+\overline{(B+\overline{D})} &&\\
&= (\overline{\overline{A}}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot\overline{\overline{D}}) && \text{aturan 12}\\
&= A\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot D && \text{aturan 9}
\end{aligned}
$$



Gambar 5.3 contoh aturan 9, 12 dan 13

5.4 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 7, 12 DAN 13

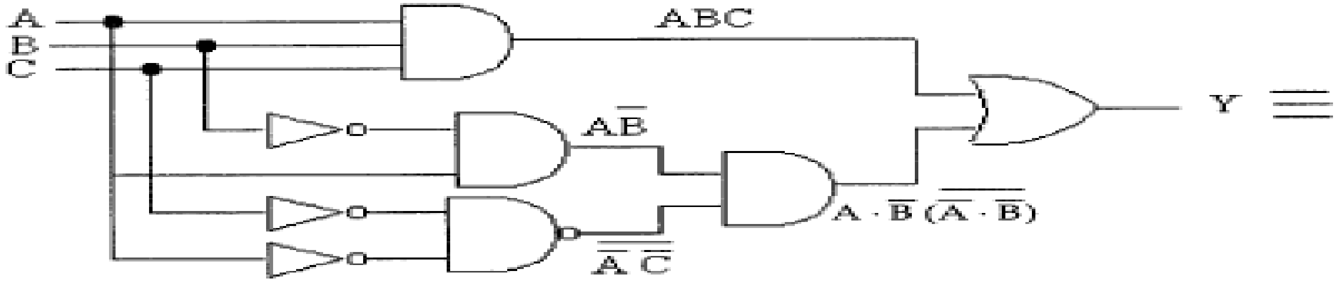
$$
\begin{aligned}
Y &= A + \overline{B}\cdot\overline{A} && \text{aturan 12}\\
&= \overline{A}\cdot(\overline{\overline{B}\cdot\overline{C}}) && \\
&= \overline{A}\cdot(\overline{\overline{B}}+\overline{\overline{A}}) && \text{aturan 13}\\
&= \overline{A}\cdot(B+A) && \text{aturan 7}\\
&= \overline{A}\cdot B &&
\end{aligned}
$$

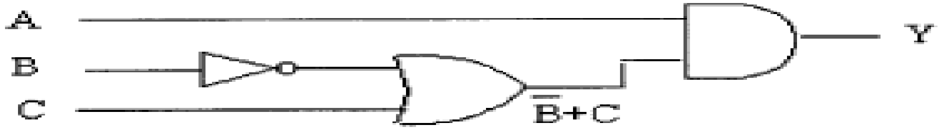


Gambar 5.4 contoh aturan 7, 12 dan 13

5.5 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 5, 8, 9 DAN 13

$$
\begin{aligned}
Y &= A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B}\,(\overline{\overline{A} \cdot \overline{C}}) & \\
&= A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B}\,(\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{C}}) & \text{aturan 13} \\
&= A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B}\,(A + C) & \text{aturan 9} \\
&= A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot A + A \cdot \overline{B} \cdot C & \\
&= A \cdot C\,(B + \overline{B}) + A \cdot \overline{B} & \text{aturan 5} \\
&= A \cdot C + A \cdot \overline{B} & \\
&= A\,(C + \overline{B}) & \text{aturan 8}
\end{aligned}
$$

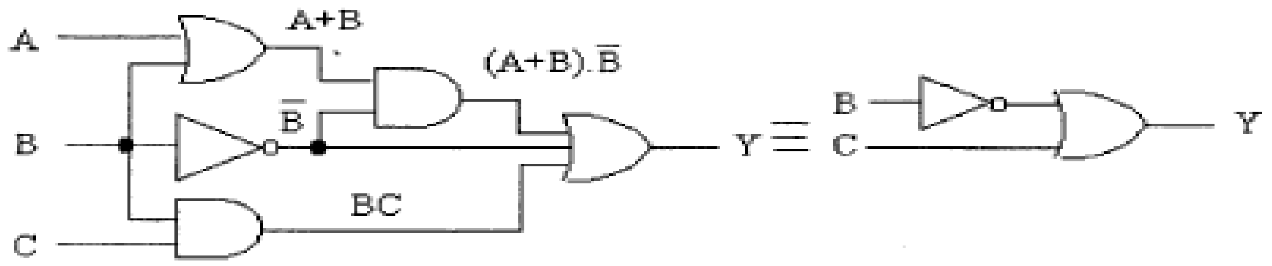




Gambar 5.5 contoh aturan 5, 8, 9 dan 13

5.6 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 2, 4, 7 DAN 11

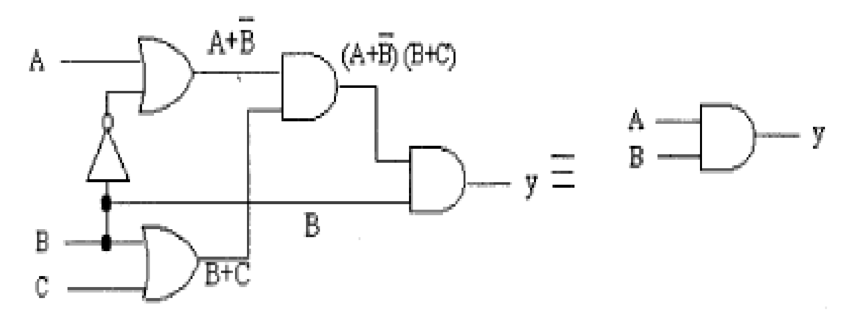
$$
\begin{aligned}
Y &= (A+B)\overline{B} + \overline{B} + B\cdot C \\
&= A\cdot\overline{B} + B\cdot\overline{B} + \overline{B} + B\cdot C \\
&= A\cdot\overline{B} + \overline{B} + B\cdot C && \text{Aturan 7} \\
&= (A+1)\overline{B} + B\cdot\overline{C} && \text{Aturan 4} \\
&= 1\cdot\overline{B} + B\cdot C && \text{Aturan 2} \\
&= \overline{B} + B\cdot C && \text{Aturan 11} \\
&= \overline{B} + C
\end{aligned}
$$



Gambar 5.6 contoh aturan 2, 4, 7 dan 11

5.7 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 1,2, 4, 5 DAN 7

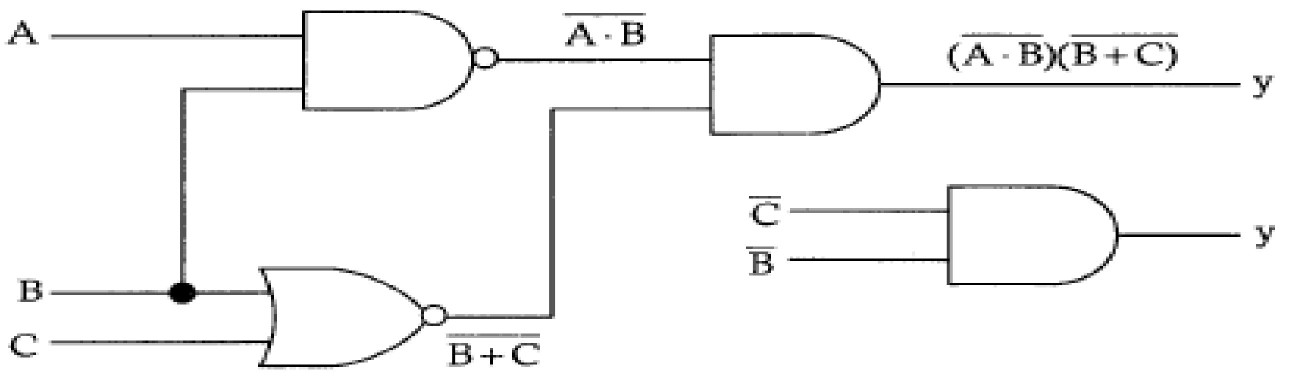
$$
\begin{aligned}
Y &= ((A + \overline{B})(B + C))B \\
&= (A \cdot B + A \cdot C + \overline{B} \cdot B + \overline{B} \cdot C)B \\
&= (A \cdot B + A \cdot C + \overline{B} \cdot C)B && \text{Aturan 1 dan 7} \\
&= A \cdot B \cdot B + A \cdot C \cdot B + \overline{B} \cdot C \cdot B \\
&= A \cdot B + A \cdot B \cdot C && \text{Aturan 5 dan 7} \\
&= A \cdot B\,(1 + C) \\
&= A \cdot B && \text{Aturan 4 dan 2}
\end{aligned}
$$



Gambar 5.7 contoh aturan 1,2, 4, 5 dan 7

5.8 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 4, 5, 12 DAN 13

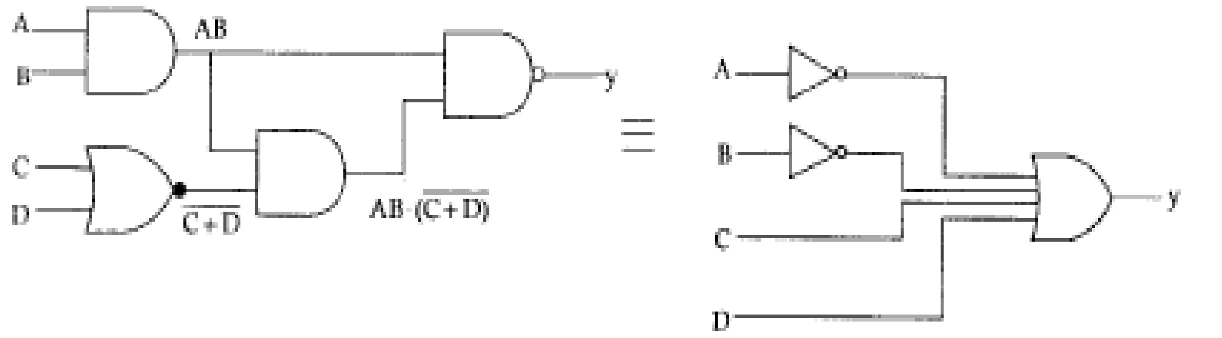
Y	$=$	$\overline{A.B}\;\overline{B+C}$	aturan 12 dan 13
	$=$	$(\overline{A}+\overline{B}).\overline{B}.\overline{C}$	
	$=$	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{B}.\overline{B}.\overline{C}$	
	$=$	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{B}.\overline{C}$	aturan 5
	$=$	$(\overline{A}+1)\overline{B}.\overline{C}$	
	$=$	$\overline{B}.\overline{C}$	aturan 4



Gambar 5.8 contoh aturan 4, 5, 12 dan 13

5.9 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 6, 9, 12 DAN 13

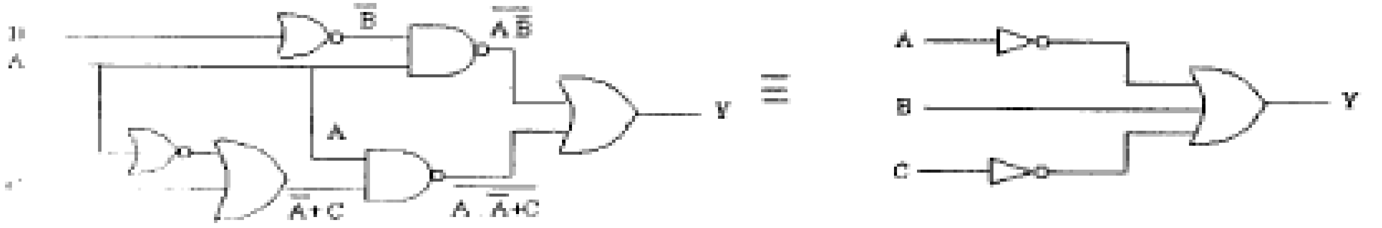
$$
\begin{aligned}
Y &= \overline{A.B.(\overline{C+D}).A.B} \\
&= \overline{A.B.(\overline{C+D})} + \overline{A.B} && \text{aturan 12 dan 13} \\
&= \overline{A.B} + \overline{\overline{C+D}} + \overline{A.B} && \text{aturan 13} \\
&= \overline{A} + \overline{B} + C + D + \overline{A} + \overline{B} && \text{aturan 9 dan 13} \\
&= \overline{A} + \overline{A} + \overline{B} + \overline{B} + C + D \\
&= \overline{A} + \overline{B} + C + D && \text{aturan 6}
\end{aligned}
$$



Gambar 5.9 contoh aturan 6, 9, 12 dan 13

5.10 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 6, 9, 11, 12 DAN 13

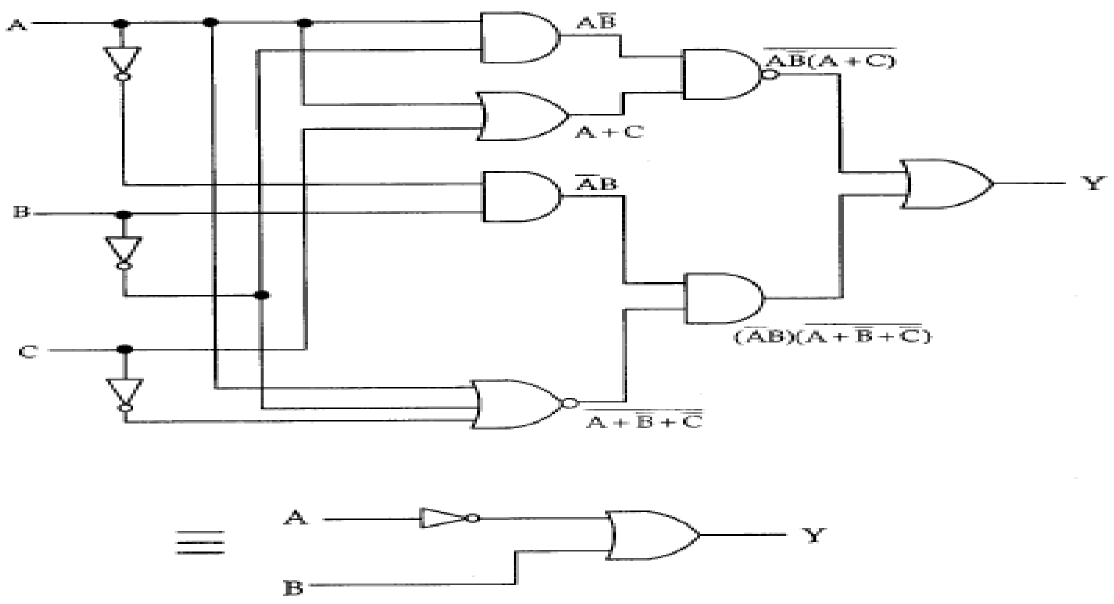
Y	$= \overline{A.\overline{B}} + \overline{A.(\overline{A}+C)}$	
	$= (\overline{A} + \overline{\overline{B}}) + \overline{A} + \overline{\overline{A}+C}$	aturan 12 dan 13
	$= \overline{A} + \overline{\overline{B}} + \overline{A} + \overline{\overline{A}}.\overline{C}$	aturan 12
	$= \overline{A} + B + \overline{A} + A.\overline{C}$	aturan 9
	$= \overline{A} + \overline{A} + A.\overline{C} + B$	
	$= \overline{A} + A.\overline{C} + B$	aturan 6
	$= \overline{A} + \overline{C} + B$	aturan 11



Gambar 5.10 contoh aturan 6, 9, 11, 12 dan 13

5.11 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 4, 5, 9, 12 DAN 13

$$
\begin{aligned}
Y &= \overline{A.\overline{B}.(A+C)} + \overline{A}.B.\overline{(A+\overline{B}+\overline{C})} && \\
&= \overline{A.\overline{B}} + \overline{(A+C)} + \overline{A}.B.(\overline{A}.\overline{\overline{B}}.\overline{\overline{C}}) && \text{aturan 12 dan 13} \\
&= (\overline{A}+\overline{\overline{B}}) + \overline{A}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{A}.B.B.C && \text{aturan 9, 12 dan 13} \\
&= \overline{A}+B+\overline{A}.\overline{C}+\overline{A}.B.C && \text{aturan 5 dan 9} \\
&= A(1+\overline{C})+B+\overline{A}.B.C && \\
&= \overline{A}+B+\overline{A}.B.C && \text{aturan 4} \\
&= \overline{A}+B(1+\overline{A}.C) && \\
&= \overline{A}+B && \text{aturan 4}
\end{aligned}
$$



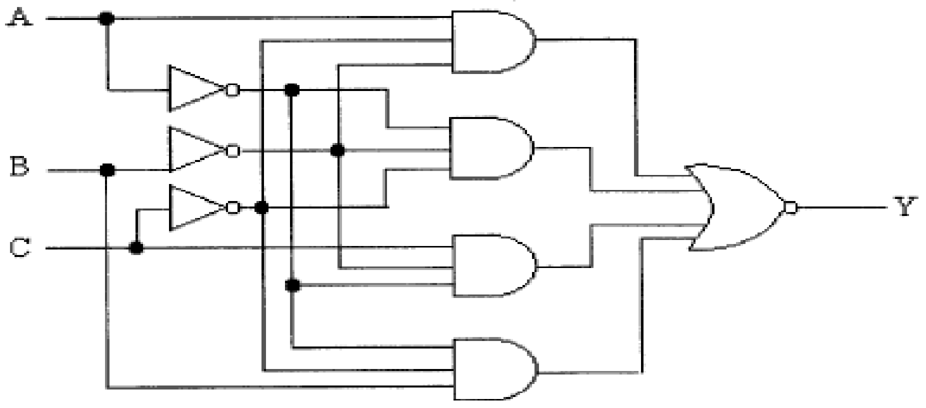
Gambar 5.11 contoh aturan 4, 5, 9, 12 dan 13

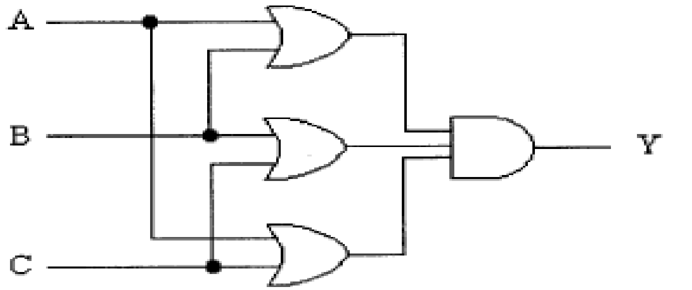
Taufik Hidayat Soi, ST,MT

5.12 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 8, 9, 11 DAN 12

$$
\begin{aligned}
\overline{Y} &= \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}.C+\overline{A}.B.\overline{C}+A.\overline{B}.\overline{C} \\
&= (\overline{A}+A)\,\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}.C+\overline{A}.B.\overline{C} \\
&= \overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}.C+\overline{A}.B.\overline{C} && \text{aturan 8} \\
&= \overline{C}(\overline{B}+\overline{A}\cdot B)+\overline{A}.\overline{B}.C \\
&= \overline{C}(\overline{B}+\overline{A})+\overline{A}.\overline{B}.C && \text{aturan 11} \\
&= \overline{C}.\overline{B}+\overline{C}.\overline{A}+\overline{A}.\overline{B}.C \\
&= \overline{C}.\overline{B}+\overline{A}(\overline{C}+C.\overline{B}) \\
&= \overline{B}.\overline{C}+\overline{A}(\overline{C}+\overline{B}) && \text{aturan 11} \\
&= \overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Y &= \overline{\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}} \\
&= \overline{\overline{A}.\overline{B}}.\overline{\overline{A}.\overline{C}}\cdot\overline{\overline{B}.\overline{C}} && \text{aturan 12} \\
&= (\overline{\overline{A}}+\overline{\overline{B}})(\overline{\overline{A}}+\overline{\overline{C}})(\overline{\overline{B}}+\overline{\overline{C}}) && \text{aturan 12} \\
&= (A+B)(A+C)(B+C) && \text{aturan 9}
\end{aligned}
$$



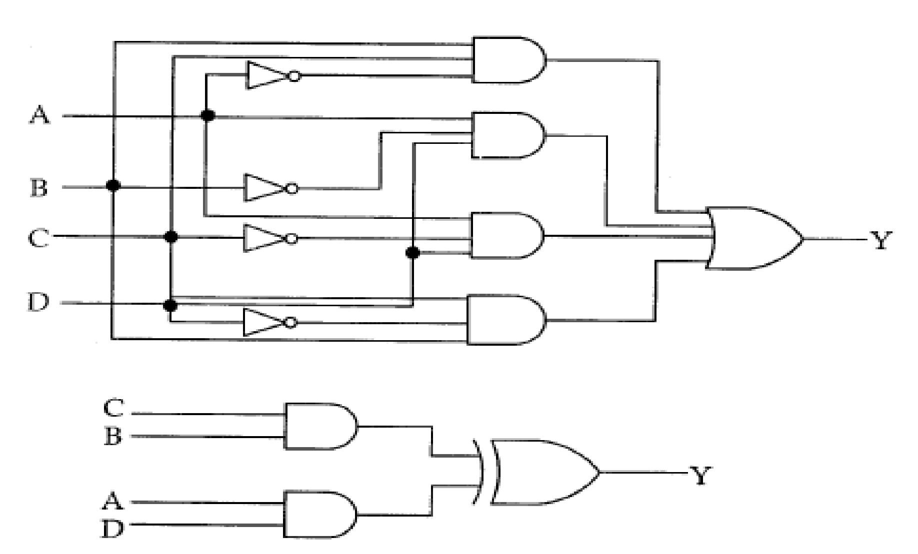


Gambar 5.12 contoh aturan 8, 9, 11 dan 12

Taufik Hidayat Soi, ST,MT

5.13 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 13

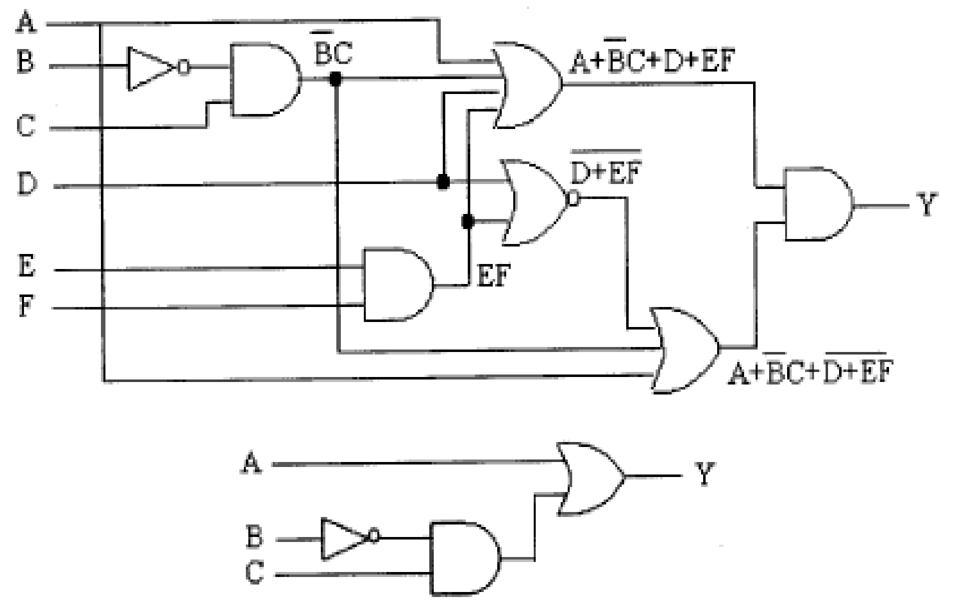
$$
\begin{aligned}
Y &= \bar{A}.B.C + B.C.\bar{D} + A.\bar{B}.D + A.\bar{C}.D \\
&= B.C(\bar{A}+\bar{B}) + A.D(\bar{B}+\bar{C}) \\
&= B.C(\overline{A.D}) + A.D(\overline{B.C}) && \text{aturan 13} \\
&= B.C \oplus A.D
\end{aligned}
$$



Gambar 5.13 contoh aturan 13

5.14 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 5, 6 DAN 8

$$\begin{aligned}
Y &= [A+\overline{B}.C+(D+E.F)][A+\overline{B}.C+\overline{(D+E.F)}] \\
&= (p+y)(p+\overline{y}) \\
&= p.p+p.\overline{y}+p.y+p.\overline{y} \\
&= p.p+p.\overline{y}+p.y && \text{aturan 5} \\
&= p+p.\overline{y}+p.y && \text{aturan 5} \\
&= p+p(\overline{y}+y) \\
&= p+p && \text{aturan 8} \\
&= p && \text{aturan 6} \\
&= A+\overline{B}.C
\end{aligned}$$



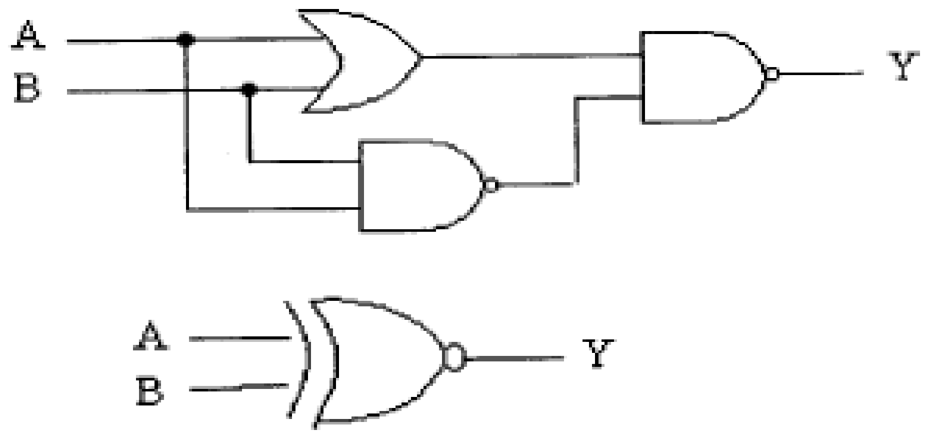
Gambar 5.14 contoh aturan 5, 6 dan 8

5.15 PENYEDERHANAAN DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN 9 DAN 12

$$Y = \overline{(A+B)\,\overline{A.B}}$$

$$= \overline{A+B} + \overline{\overline{A.B}} \quad \text{aturan 12}$$

$$= \overline{A.B} + A.B \quad \text{aturan 12 dan 9}$$



Gambar 5.15 contoh aturan 9 dan 12